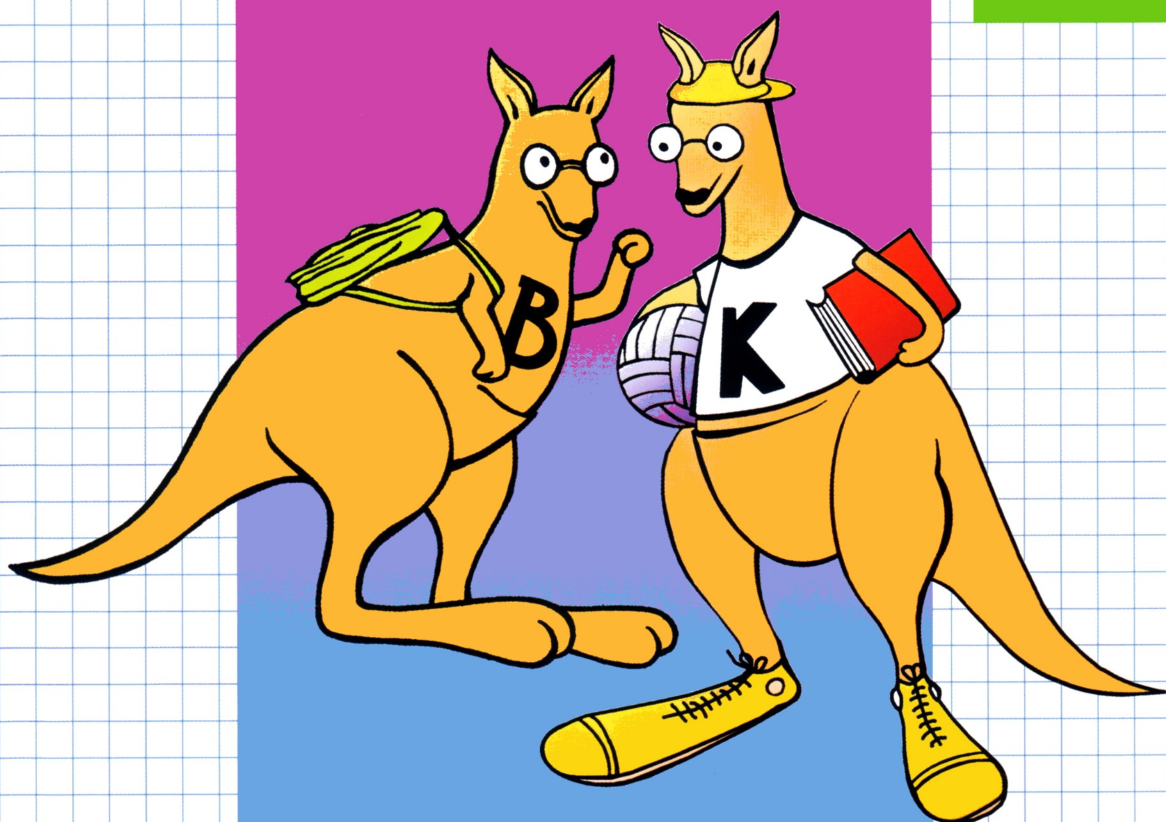
KENGŪRA 2011

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

V–VIII KLASĖS



КЕНГУРУ 2011
KANGUR 2011
KANGAROO 2011

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2011

BIČIULIS, KADETAS

V–VIII KLASĖS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius-sudarytojas
ROMUALDAS KAŠUBA

TEV
VILNIUS 2011

UDK 51(079.1)
Ke–108

Autorius-sudarytojas *Romualdas Kašuba*

Redaktorius *Juozas Mačys*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Aldona Žalienė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

ISBN 978–609–433–047–6

TURINYS

PRATARMĖ

Paprastai žiūrint, „Kengūros“ konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesnių klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į „Kengūros“ kalnelius? Kuo tie „Kengūros“ kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „jie neturi kur dėtis, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi kur dėtis šitokioje „pramogų gadynėje“.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali „užsikabinti“ pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne — tai sužinojo) per 60 000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2011 metais. Juk konkursas — it žavus tornadas (o tokių irgi būna) — negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas — žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių — 1–12 klasių „kengūriukų“ — atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi — priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį — bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi „Kengūros“ konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes „Kengūros“ uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą — peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali „sukristi“ jos sprendimas — štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš „Kengūros“ gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė „Kengūrai“ ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie „Kengūros“ konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą „Kengūros“ konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti — čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru — Lietuvos matematikos olimpiadų patriarchą Juozą Juvencijų Mačį bei ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę.

O šiaip, „Kengūrai“ nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir „Kengūros“ ratas sukasi kiaurus metus — net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek „kengūriniuose“ (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje „Kengūra“ kalba keturiomis pagrindinėmis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas — juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku — bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2011 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė V–VI klasių („Bičiulio“ amžiaus grupė) ir VII–VIII klasių („Kadeto“ amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų „kengūriniai“ sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su „Kengūra“ — išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Bičiulis, 5 klasė, 50 geriausiųjų

Linas Ovčinikovas, Marijampolės Marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 133,75
Algirdas Benetis, Palangos Vlado Jurgučio pagrindinė mokykla, Palangos m., 122,50
Justas Janickas, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 122,50
Ieva Jakaitytė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 120,00
Pijus Bradulskis, Kauno Jono Žemaičio-Vytauto pagrindinė mokykla, Kauno m., 120,00
Vytenis Petrauskas, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 120,00
Jokūbas Butkus, VšĮ Kazimiero Paltaroko gimnazija, Panevėžio m., 119,75
Ana Golovkina, Levo Karsavino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 118,75
Emilija Barteškaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 117,75
Gabrielė Čiuladaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 117,00
Eglė Tankelevičiūtė, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 116,25
Daniela Mendelevič, Šolomo Aleichemo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 115,00
Martynas Linkevičius, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 115,00
Titas Časas, Jono Basanavičiaus pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 113,75
Lukas Valčeckas, „Šaltinėlio“ privati mokykla, Vilniaus m., 112,50
Žygimantas Navickas, Varėnos „Ryto“ vidurinė mokykla, Varėnos r., 112,50
Nedas Kuzas, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 112,25
Ieva Elija Jucevičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 112,00
Karolis Vasiliauskas, Kybartų pagrindinė mokykla, Vilkaviškio r., 111,25
Titas Vizgirda, „Purienų“ vidurinė mokykla, Kauno m., 111,25
Elvinas Urbonavičius, „Purienų“ vidurinė mokykla, Kauno m., 111,00
Rimantas Paulauskas, Tauragės „Šaltinio“ pagrindinė mokykla, Tauragės r., 110,25
Kipras Česnavičius, Marijampolės Marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 109,75
Kipras Eigminas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 108,75
Lukas Kuzma, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 108,75
Simona Skumbinaitė, Karsakiškio Strazdelio pagrindinė mokykla, Panevėžio r., 108,00
Kęstutis Gudynas, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 107,00
Konradas Mikalauskas, Anykščių Antano Vienuolio gimnazija, Anykščių r., 106,75
Leonardas Lapienis, Karsakiškio Strazdelio pagrindinė mokykla, Panevėžio r., 106,75
Linas Pocius, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 106,25
Emilis Gegeckas, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 106,00
Emil Starodubov, Petro Vileišio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 104,00
Jonas Gruzdys, VšĮ Julijanavos katalikiška vidurinė mokykla, Kauno m., 104,00
Gintarė Malikėnaitė, Petro Vileišio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 103,75
Ingvaras Galinskas, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 103,75
Nerilė Demidova, Ragainės pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 103,75
Paulius Lašas, Gegužių vidurinė mokykla, Šiaulių m., 103,75
Tomas Kireilis, VšĮ Kazimiero Paltaroko gimnazija, Panevėžio m., 103,75
Julius Venckus, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 103,25
Milda Janeikaitė, Viečiūnų pagrindinė mokykla, Druskininkų sav., 103,25
Aleksej Sarzan, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 103,00
Gabrielė Juodytė, Emilijos Pliaterytės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 102,75
Jonas Streckis, Baltupių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 102,50
Justina Girijotaitė, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 102,50
Katažyna Švabovič, Pabarės pagrindinė mokykla, Šalčininkų r., 102,50
Laura Lisauskaitė, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 102,50
Gabrielius Deveikis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 102,25
Ruslan Bogomolnikov, Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 102,25
Dainius Dzialtuvas, Karmėlavos Balio Buračo gimnazija, Kauno r., 102,00
Erikas Mitkus, Druskininkų „Atgimimo“ vidurinė mokykla, Druskininkų sav., 101,25
Ignatij Fiodorov, „Santaros“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 101,25
Jonas Naujokas, Jovaro pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 101,25
Lukas Ališauskas, Ariogalos gimnazija, Raseinių r., 101,25
Titas Štarolis, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 101,25

Bičiulis, 6 klasė, 50 geriausiųjų

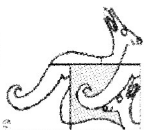
Zigmas Bitinas, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 146,00
Jonas Pukšta, Šv. Kristoforo pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 145,00
Nida Duobaitė, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 139,75
Ignas Pelakauskas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 138,75
Kristijonas Vėlyvis, Marijampolės Marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 138,75
Skalmantas Šimėnas, Šv. Kristoforo pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 133,75
Ugnė Šimuliūnaitė, Gargždų „Minijos“ vidurinė mokykla, Klaipėdos r., 130,75
Džiugas Šimaitis, Petro Vileišio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 130,00
Ignas Masiulionis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 129,75
Aurimas Petrėtis, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 128,75
Austėja Čiulkinytė, Kazio Griniaus vidurinė mokykla, Kauno m., 128,75
Robertas Baravykas, Aleksandro Puškino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 128,75
Gilbertas Umbražūnas, Simono Dacho pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 127,50
Karolis Trakas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 126,25
Nedas Žilovas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 126,25
Emilija Bogdanovičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 126,00
Benjaminas Venslovas, Utenos Aukštakalnio pagrindinė mokykla, Utenos r., 125,00
Paulius Andzelis, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 124,75
Justinas Lažauninkas, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 122,50
Paulius Poviliauskas, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 122,50
Deividas Kniaževas, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 122,00
Aistė Grušnytė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 121,25
Arnoldas Čiplys, Širvintų „Atžalyno“ pagrindinė mokykla, Širvintų r., 120,00
Vidas Parnarauskas, Širvintų „Atžalyno“ pagrindinė mokykla, Širvintų r., 120,00
Marius Kastanauskas, Dusetų Kazimiero Būgos gimnazija, Zarasų r., 119,50
Gustas Buividavičius, Kybartų pagrindinė mokykla, Vilkaviškio r., 118,75
Justinas Valčiukas, Pakuonio pagrindinė mokykla, Prienų r., 118,75
Milda Naujokaitė, Emilijos Pliaterytės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 118,50
Andrej Lapin, Levo Karsavino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 117,50
Dovydas Taraila, Dusetų Kazimiero Būgos gimnazija, Zarasų r., 117,50
Justina Kilikauskaitė, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 117,50
Nantas Grabauskas, Juozo Grušo meno vidurinė mokykla, Kauno m., 117,50
Jelena Černyšova, Hermano Zudermano gimnazija, Klaipėdos m., 117,25
Edvinas Karenga, Panemunės vidurinė mokykla, Alytaus m., 117,00
Domantas Tamašauskas, Marijampolės Marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 115,50
Mantas Kryževičius, Ragainės pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 115,00
Darius Kurtinaitis, Garliavos vidurinė mokykla, Kauno r., 114,75
Henrikas Jokūbas Žukauskas, VšĮ „Vaivorykštės tako“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 114,75
Greta Šimonytė, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 114,50
Laurynas Gailius, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 114,50
Donatas Meilus, Kupiškio Povilo Matulionio pagrindinė mokykla, Kupiškio r., 113,75
Matas Velička, Kazio Griniaus vidurinė mokykla, Kauno m., 113,75
Jurgis Buterlevičius, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 113,50
Augustinas Kerpauskas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 112,50
Kasparas Ragaišis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 112,50
Simas Bijeikis, Joniškio „Saulės“ pagrindinė mokykla, Joniškio r., 112,50
Simas Kaminskas, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 112,50
Paulina Šalašavičiūtė, Marijampolės Marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 112,25
Arsenij Djakov, Maksimo Gorkio pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 112,00
Mantas Kandratavičius, Nacionalinė Mikalojaus Konstantino Čiurlionio menų mokykla, Vilniaus m., 111,75

Kadetas, 7 klasė, 50 geriausiųjų

Lukas Naruševičius, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 131,25
Rytis Markevičius, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 128,75
Jonas Viršilas, VšĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 122,50
Vaiva Augustinaitė, Žemaičių Kalvarijos vidurinė mokykla, Plungės r., 122,50
Agnė Dalia Juodagalvytė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 118,75
Denis Krupičiovič, Šalčininkų „Santarvės" vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 118,75
Gintautas Lasevičius, Kaišiadorių Vaclovo Giržado pagrindinė mokykla, Kaišiadorių r., 116,25
Raminta Juzukonytė, Baisogalos gimnazija, Radviliškio r., 116,25
Benas Stočkūnas, Elektrėnų „Ąžuolyno" pagrindinė mokykla, Elektrėnų sav., 114,50
Dovydas Dauginis, Tryškių Lazdynų Pelėdos vidurinė mokykla, Telšių r., 113,75
Gintė Petrulionytė, Druskininkų „Saulės" pagrindinė mokykla, Druskininkų sav., 113,75
Margiris Burakauskas, „Sandoros" pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 113,50
Domantas Valčeckas, Antano Smetonos gimnazija, Kauno m., 113,25
Antanas Kalkauskas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 112,50
Evgenij Chomutovskij, Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 112,50
Marius Kurbanovas, Dainavos pagrindinė mokykla, Alytaus m., 112,50
Matas Nasvytis, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 112,50
Romas Baronas, Baltupių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 112,50
Vladimir Jeršov, „Atgimimo" gimnazija, Visagino m., 111,25
Giedrius Girgždis, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 111,00
Juras Jankauskas, Pajiešmenių pagrindinė mokykla, Pasvalio r., 111,00
Karolis Misevičius, Grigiškių „Šviesos" vidurinė mokykla, Vilniaus m., 111,00
Aleksas Legačinskas, „Sandoros" pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 110,00
Herkus Vaigaudas Gaidanis, Viršuliškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 110,00
Mindaugas Čekanauskas, VšĮ Kretingos pranciškonų gimnazija, Kretingos r., 109,75
Eimantas Butkus, Prano Mašioto pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 108,75
Linas Sasnauskas, Gytarių vidurinė mokykla, Šiaulių m., 108,75
Justas Gadliauskas, Raudondvario gimnazija, Kauno r., 108,25
Evelina Šimanskaitė, Palangos Vlado Jurgučio pagrindinė mokykla, Palangos m., 107,50
Gediminas Jacunskas, Raudondvario gimnazija, Kauno r., 107,50
Ieva Tulaitė, Juozo Grušo meno vidurinė mokykla, Kauno m., 107,50
Justina Brukaitė, Tado Ivanausko vidurinė mokykla, Kauno m., 107,50
Justas Lasickas, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 107,25
Arminas Petraitis, Jurbarko Vytauto Didžiojo vidurinė mokykla, Jurbarko r., 107,00
Nikita Daniliuk, Vasilijaus Kačialovo gimnazija, Vilniaus m., 107,00
Adomas Gudelis, Juozo Miltinio gimnazija, Panevėžio m., 106,25
Algirdas Gricius, VšĮ „Ąžuolo" katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 106,25
Darja Poimanova, Aleksandro Puškino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106,25
Einaras Sipavičius, Kėdainių „Ryto" vidurinė mokykla, Kėdainių r., 106,25
Jonas Žalys, Garliavos Jonučių vidurinė mokykla, Kauno r., 106,25
Gintarė Šėmytė, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106,00
Elijas Dapšauskas, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 105,75
Justė Dilytė, „Purienų" vidurinė mokykla, Kauno m., 105,75
Dominykas Kerpė, VšĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 105,50
Arnas Volčokas, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105,00
Deividas Morkūnas, Fabijoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105,00
Gediminas Jakubauskas, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105,00
Greta Charukevič, Paluknio vidurinė mokykla, Trakų r., 105,00
Kamilė Čelutkaitė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105,00
Klaidas Sakalauskas, Giedrių jaunimo mokykla, Vilkaviškio r., 105,00
Kristina Buzaitė, Vinco Kudirkos vidurinė mokykla, Kauno m., 105,00
Laurynas Diečkus, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 105,00
Simona Vidrinskaitė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105,00
Solveiga Buoželytė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105,00
Vaida Abraškevičiūtė, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 105,00

Kadetas, 8 klasė, 50 geriausiųjų

Domantas Jadenkus, Grigiškių „Šviesos“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 135,00
Mantas Pranskaitis, „Sandoros“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 133,75
Gytis Barkauskas, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 130,75
Indrė Tuminauskaitė, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 128,75
Adelė Stankevičiūtė, Šv. Kristoforo pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 126,25
Pavel Mironov, Lazdynų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 126,25
Adomas Juška, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 124,75
Ieva Dagytė, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 123,75
Martynas Lapinskas, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 123,75
Laurynas Sketeris, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 123,50
Aistė Mickutė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 123,00
Eivydas Račkauskas, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 121,25
Saulius Beinorius, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 120,00
Algirdas Žiemys, Jono Basanavičiaus pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 118,75
Nikita Gedgaudas, Vasilijaus Kačialovo gimnazija, Vilniaus m., 118,75
Arūnas Kiršis, Riešės gimnazija, Vilniaus r., 117,50
Justinas Kavoliūnas, Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 117,50
Nora Vazbytė, VšĮ Šiuolaikinės mokyklos centras, Vilniaus m., 117,50
Augustas Dulskis, Antakalnio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 116,25
Kornelija Burbaitė, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 116,25
Lukas Žilinskas, Širvintų „Atžalyno“ pagrindinė mokykla, Širvintų r., 116,25
Paulius Ašvydis, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 116,25
Rimas Jonušauskas, Drevernos pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 116,25
Jogvilė Sušinskaitė, „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 116,00
Viktorija Kulikovska, Lentvario Henriko Senkevičiaus vidurinė mokykla, Trakų r., 116,00
Agnė Varnauskaitė, VšĮ Kazimiero Paltaroko gimnazija, Panevėžio m., 115,75
Gytis Liaučys, Mosėdžio gimnazija, Skuodo r., 115,50
Deimantė Karpavičiūtė, Marijampolės Marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 115,00
Kasparas Steponavičius, VšĮ šv. Mato vidurinė mokykla, Kauno m., 115,00
Miglė Tartėnaitė, Vievio gimnazija, Elektrėnų sav., 115,00
Nikodemas Tučkus, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 115,00
Ernest Bitkivskij, „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 113,75
Ieva Šapovalovaitė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 113,75
Povilas Šlekys, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 113,75
Ugnė Imbrasaitė, Emilijos Pliaterytės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 113,75
Elena Gelžinytė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 113,50
Irmantas Mankevičius, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 113,50
Juras Tovtkevičius, Čekiškės Prano Dovydaičio vidurinė mokykla, Kauno r., 113,50
Matas Bugorevičius, Garliavos Juozo Lukšos gimnazija, Kauno r., 113,50
Elzė Orūlytė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 113,25
Emilijus Stankus, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 113,00
Simonas Garšva, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 113,00
Baltrus Šivickis, „Ryto“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 112,75
Gabija Kielaitė, „Purienų“ vidurinė mokykla, Kauno m., 112,50
Ignas Kriaučiūnas, Marijampolės Marijonų gimnazija, Marijampolės sav., 112,50
Valentinas Janeiko, „Juventos“ gimnazija, Vilniaus m., 112,50
Miglė Žebrauskaitė, „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 112,25
Aida Velykytė, Pasvalio Svalios pagrindinė mokykla, Pasvalio r., 111,25
Kęstutis Gudžiūnas, Baltupių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 111,25
Samanta Bukauskaitė, Kretingalės pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 111,25
Simonas Pilkauskas, „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 111,25



Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą*.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių ☐
Lenkų ☐
Rusų ☐
Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9(G1)	10(G2)	11(G3)	12(G4)
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	☐

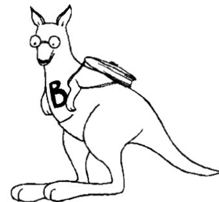
PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas. Nacionalinis egzaminų centras, 2009

2011 m. konkurso užduočių sąlygos

BIČIULIS (V ir VI klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

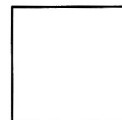
B1. Balys nusprendė pasidaryti didžiulį plakatą su žodžiu ŽALGIRIS. Kiekvieną dieną jis išvedžioja po raidę. Balys pradeda dirbti trečiadienį. Kurią dieną jis parašys paskutinę raidę?

A) Pirmadienį **B**) Antradienį **C**) Trečiadienį **D**) Ketvirtadienį **E**) Penktadienį

B2. Motociklininkas pastoviu greičiu per 30 minučių nuvažiavo 28 km. Kokiu greičiu km/h jis važiavo?

A) 28 **B**) 36 **C**) 56 **D**) 58 **E**) 62

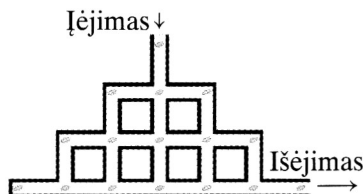
B3. Kvadratinis popieriaus lapas tiesiu pjūviu dalijamas į dvi dalis. Kurios iš žemiau išvardytų figūrų negalima gauti?



A) Kvadrato **B**) Stačiakampio **C**) Stačiojo trikampio
D) Penkiakampio **E**) Lygiašonio trikampio

B4. Kad patektų į Medaus karalystę, žiurkėnas Tadas turi įveikti labirintą. Labirinte padėta 16 agurkų (žr. pav.). Tadui negalima grįžti į jokią labirinto vietą, kurioje jis jau buvo. Kiek daugiausiai agurkų jis gali susirinkti?

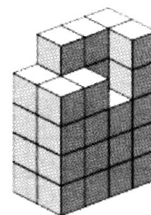
A) 12 **B**) 13 **C**) 14 **D**) 15 **E**) 16

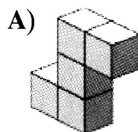
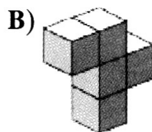
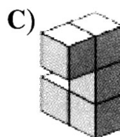
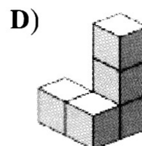
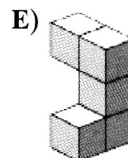


B5. Linksmakalnio gatvės dešinės pusės namai turi nelyginius numerius, bet tos gatvės gyventojai nepripažįsta skaičių su skaitmeniu 3. Pirmas dešinės pusės namas turi numerį 1. Kokį numerį turi 15-tas tos gatvės dešinės pusės namas?

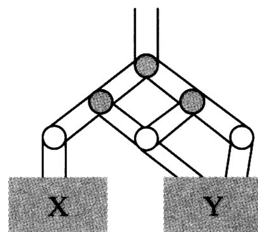
A) 29 **B**) 41 **C**) 43 **D**) 45 **E**) 47

B6. Kuri iš žemiau pavaizduotų detalių tinka papildyti statinį iki stačiakampio gretasienio?



A)  **B**)  **C**)  **D**)  **E**) 

B7. Į vamzdį viršuje supilame 1000 litrų vandens. Vanduo teka žemyn ir kiekvienoje šakoje dalijasi į dvi lygias dalis. Kiek litrų vandens atitekės į talpą Y?



A) 500 **B**) 660 **C**) 666,67 **D**) 750 **E**) 800

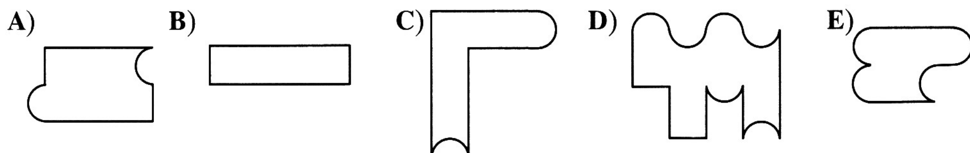
B8. 2005 metų kovo 1 dienos data, jei ją rašytume kaip 01-03-05, yra sudaryta iš trijų didėjimo tvarka iš eilės einančių nelyginių skaičių. Kiek tokių datų, įskaitant ir nurodytąją, yra XXI amžiuje?

A) 5 **B**) 6 **C**) 8 **D**) 13 **E**) 16

B9. Paveikslėlyje matome 4 dėlionės detales.



Iš visų keturių tos dėlionės detalių be tarpų ir persidengimų galima sudėti įvairių figūrų. Kurios iš žemiau pavaizduotų figūrų negausime taip dėliodami?



B10. Kai katinas Murklys pradrybso visą dieną, tai jam įpilama 60 gramų pieno, o jeigu kurią dieną jis sugauna pelę, tai jam įpilama trečdaliu porcijos daugiau. Per paskutines dvi savaites Murklys kas antrą dieną sugaudavo po pelę. Kiek pieno (g) jam buvo įpilta iš viso?

A) 840 **B**) 980 **C**) 1050 **D**) 1120 **E**) 1960

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

B11. Į 8 langelių lentelę Andrius įrašo visas angliško žodžio KANGAROO raides, po vieną raidę į kiekvieną langelį. Pirmą raidę jis gali įrašyti į bet kurį langelį, o kiekvieną kitą raidę jis turi įrašyti į langelį, turintį nors vieną bendrą tašką su prieš tai užpildytu langeliu. Kurios iš žemiau parodytų lentelių Andrius negalėtų užpildyti taip įrašinėdamas?

A)

K	*A*
N	*O*
O	*G*
R	*A*

B)

N	*G*
A	*A*
K	*R*
O	*O*

C)

O	*O*
K	*R*
A	*A*
G	*N*

D)

K	*A*
N	*G*
O	*O*
R	*A*

E)

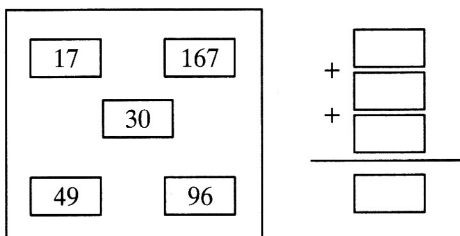
K	*O*
A	*O*
R	*N*
A	*G*

B12. Visi keturženkliai skaičiai, turintys tokius pat skaitmenis kaip ir skaičius 2011 (du vienetus, vieną nulį ir dvejetą), surašyti iš eilės didėjimo tvarka. Kiek skiriasi skaičiaus 2011 kaimynai?

A) 890 **B**) 891 **C**) 900 **D**) 909 **E**) 990

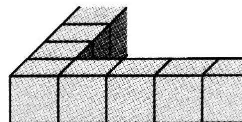
B13. Keturi iš penkių kairiajame paveikslėlyje esančių skaičių yra panaudoti dešinėje parodytoje sudėtyje stulpeliu. Kuris skaičius liko nepanaudotas?

A) 17 **B)** 30 **C)** 49 **D)** 96 **E)** 167



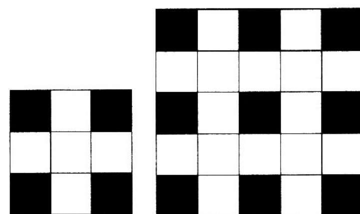
B14. Ninai prireikė 36 vienodų kubelių sudėti ištisinę kubelių sieną apie kvadratą (dalis sienos parodyta paveikslėlyje). Kiek kubelių jai prireiktų užpildyti visam kvadrato vidui?

A) 30 **B)** 49 **C)** 64 **D)** 81 **E)** 100



B15. Kvadratinės grindys yra išdėliotos juodomis ir baltomis plytelėmis. Grindys su 4 ir su 9 juodomis plytelėmis pavaizduotos paveikslėlyje. Plytelės kampuose visada yra juodos, o visos plytelės aplink juodas plyteles — baltos. Kiek mažiausiai baltų plytelių prireiks grindims su 25 juodomis plytelėmis?

A) 25 **B)** 39 **C)** 45 **D)** 56 **E)** 72



B16. Paulius norėjo padauginti skaičių iš 301, bet praleidęs 0, tepadaugino tą skaičių iš 31 ir gavo 372 (iš 31 jis padaugino teisingai!). Kokį rezultatą jis turėjo gauti?

A) 3010 **B)** 3612 **C)** 3702 **D)** 3720 **E)** 30720

B17. Per trejas futbolo rungtynes „Žalgirio“ komanda įmušė 3 įvarčius, o praleido tik 1. „Žalgirio“ komanda vienerias rungtynes laimėjo, vienerias pralaimėjo ir vienerias sužaidė lygiosiomis. Koks buvo „Žalgirio“ laimėtų rungtynių rezultatas?

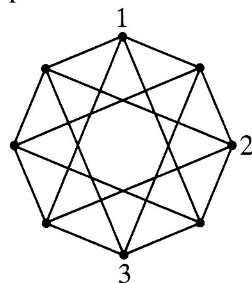
A) 2:0 **B)** 3:0 **C)** 1:0 **D)** 2:1 **E)** 0:1

B18. Turime tris taškus, sudarančius trikampį, ir norime pridėti dar vieną tašką, kad išeitų lygiagretainis. Kiek turime galimybių ketvirtam taškui paimti?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** Tai priklauso nuo to pradinio trikampio

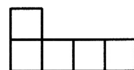
B19. Brėžinyje matome aštuonis taškus, sujungtus atkarpomis. Prie kiekvieno taško reikia parašyti vieną kurį iš keturių skaičių 1, 2, 3 ir 4 taip, kad bet kurios atkarpos galuose būtų parašyti skirtingi skaičiai. Trys skaičiai jau parašyti. Kelis kartus reikės parašyti 4?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5



B20. Paveikslėlyje pavaizduota detalė. Danielius nori iš tokių detalių sudėti kvadratą. Kiek mažiausiai detalių gali būti tame kvadrate?

A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 16 **E)** 20



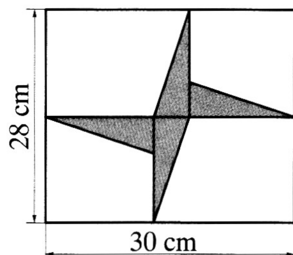
KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

B21. Būrelį lanko 10 vaikų. Jų mokytojas, atsinešęs 80 saldainių, padalijo juos visoms mergaitėms po lygiai, o jam dar liko 3 saldainiai. Kiek berniukų lanko būrelį, jei mergaičių jame yra ne mažiau kaip dvi?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 6

B22. Katė atsivedė 7 kačiukus: baltą, juodą, rudą, juodai baltą, baltai rudą, juodai rudą ir dar baltai juodai rudą. Kiek yra būdų taip paimti 4 kačiukus, kad bet kurie du iš pasirinktųjų kačiukų turėtų vienodos spalvos?

A) 1 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 7



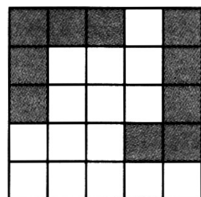
B23. Stačiakampio viduje matome 4 vienodus stačiuosius trikampius. Koks yra bendras tų keturių trikampių plotas (cm^2)?

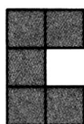
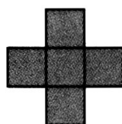
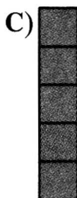
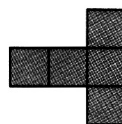
A) 46 **B)** 52 **C)** 54 **D)** 56 **E)** 64

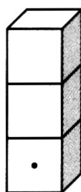
B24. Alius sako, kad Feliksas pamelavo. Feliksas sako, kad Marius pamelavo. Marius sako, kad Feliksas pamelavo. Antanas sako, kad Alius pamelavo. Keli iš tų 4 vaikų pamelavo?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

B25. Kvadrate 5 × 5 Lina užtušavo 10 kvadratėlių (žr. pav. dešinėje). Kurią iš 5 žemiau pavaizduotų figūrų ji gali padėti neužtušuotoje srityje taip, kad jokia iš likusių 4 figūrų nebetilptų į dar neužimtą neužtušuotą sritį?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 



B26. Paveikslėlyje matome tris vienas ant kito sudėtus lošimo kauliukus. Kauliuko priešingų sienelių akučių suma yra 7. Abi dviejų suglaustų sienelių akučių sumos lygios 5. Kiek akučių yra viršutinio kauliuko viršutinėje sienelėje?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

B27. Aš noriu lentoje nubrėžti 4 apskritimus taip, kad bet kurie du apskritimai turėtų lygiai vieną bendrą tašką. Kiek daugiausiai taškų galėtų priklausyti daugiau kaip vienam apskritimui?

A) 1 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 8

B28. Vieną mėnesį buvo 5 šeštadieniai ir 5 sekmadieniai, bet tik 4 penktadieniai ir 4 pirmadieniai. Tada kitą mėnesį buvo

A) 5 trečiadieniai **B)** 5 ketvirtadieniai **C)** 5 penktadieniai
D) 5 šeštadieniai **E)** 5 sekmadieniai

B29. Duoti keturi teigiami skaičiai a, b, c ir d, $a < b < c < d$. Reikia vieną kurį iš jų padidinti vienetu taip, kad jų sandauga būtų mažiausia. Kurį skaičių reikia padidinti?

A) Tik a **B)** Tik b **C)** Tik c **D)** Tik d **E)** Bet kurį iš b ir c

B30. Penkiaženklio skaičiaus skaitmenys yra 1, 2, 3, 4, 5 (tam tikra tvarka). Pirmas to skaičiaus skaitmuo dalijasi iš 1, pirmųjų dviejų skaitmenų sudarytas dviženklis skaičius dalijasi iš 2, pirmųjų trijų — iš 3, pirmųjų keturių — iš 4, o pats tas penkiaženklis skaičius dalijasi iš 5. Kiek yra tokių skaičių?

A) Nė vieno **B)** 1 **C)** 2 **D)** 5 **E)** 10

KADETAS (VII ir VIII klasės)

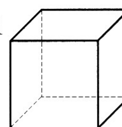


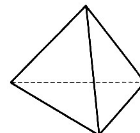
KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

K1. Kuris iš žemiau parašytų skaičių yra didžiausias?

A) 2011^1 **B)** 1^{2011} **C)** $1 \cdot 2011$ **D)** $1 + 2011$ **E)** $1 : 2011$

K2. Alė turi 5 kubelius ir 3 tetraedrus. Kiek sienų turi visi tie kūnai?





A) 42 **B)** 48 **C)** 50 **D)** 52 **E)** 56

K3. Pėsčiųjų perėja per gatvę nudažyta pakaitomis einančiomis baltomis ir juodomis juostomis. Kiekvienos juostos plotis yra 50 cm. Perėja prasideda ir baigiasi balta juosta, o iš viso joje yra 8 baltos juostos. Koks yra gatvės plotis?

A) 7 m **B)** 7,5 m **C)** 8 m **D)** 8,5 m **E)** 9 m

K4. Mano užsiožiavęs skaičiuoklis dalija užuot dauginęs ir atiminėja užuot sudėjęs. Aš renku

$(12 \cdot 3) + (4 \cdot 2)$.

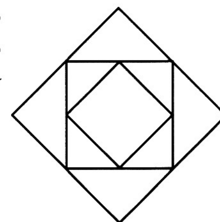
Kokį rezultatą rodys mano skaičiuoklis?

A) 2 **B)** 6 **C)** 12 **D)** 28 **E)** 38

K5. Mano elektroninis laikrodis ką tik ėmė rodyti 20:11. Po kelių minučių anksčiausiai jis vėl ims rodyti laiką su skaitmenimis 0, 1, 1 ir 2?

A) 40 **B)** 45 **C)** 50 **D)** 55 **E)** 60

K6. Brėžinyje yra 3 kvadratai — didelis, vidutinis ir mažas. Vidutinis kvadratas gautas jungiant didžiojo kvadrato kraštinių vidurio taškus, o mažas — vidutiniojo. Mažojo kvadrato plotas yra 6 cm^2. Koks yra didžiojo ir vidutinio kvadratų plotų skirtumas (cm^2)?



A) 6 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 18

K7. Mūsų gatvėje 17 namų, o aš gyvenu paskutiniame jos lyginės pusės name, kurio numeris yra 12. Mano pusbrolis gyvena paskutiniame jos nelyginės pusės name. Koks yra mano pusbrolio namo numeris?

A) 5 **B)** 7 **C)** 13 **D)** 17 **E)** 21

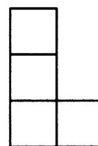
K8. Per tris dienas katinas Pelius sugavo 12 žuvų. Kiekvieną dieną jis pagaudavo vis daugiau žuvų. Trečią dieną jis pagavo mažiau žuvų nei per pirmąsias dvi dienas kartu. Kiek žuvų katinas Pelius pagavo trečią dieną?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

K9. Marytė surašė visus 3-ženklius skaičius, kurių skaitmenų suma yra 8. Kam lygi mažiausio ir didžiausio skaičių suma?

A) 707 **B)** 907 **C)** 916 **D)** 1000 **E)** 1001

K10. Paveikslėlyje pavaizduota iš 4 vienodų kvadratėlių sudėta L raidės formos figūra. Rita norėtų prie jos pridurti dar vieną kvadratėlį, kad susidariusi figūra turėtų simetrijos ašį. Keliais skirtingais būdais ji gali tai padaryti?



A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

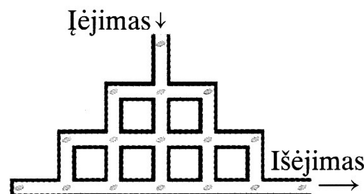
K11. $\dfrac{2011 \cdot 2{,}011}{201{,}1 \cdot 20{,}11} = ?$

A) 0,01 **B**) 0,1 **C**) 1 **D**) 10 **E**) 100

K12. Marytė turėjo 9 gintarėlius, kurių svoriai 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g ir 9 g. Ji padarė 4 papuošalus sunaudojusi po 2 gintarėlius kiekvienam. Gintarėlių bendras svoris papuošale atitinkamai lygus 17 g, 13 g, 7 g ir 5 g. Koks yra nepanaudoto gintarėlio svoris (gramais)?

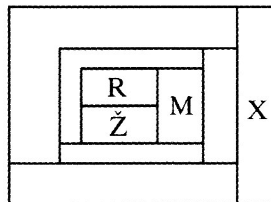
A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

K13. Kad patektų į Medaus karalystę, žiurkėnas Tadas turi įveikti labirintą. Labirinte padėta 16 agurkų (žr. pav.). Tadui negalima grįžti į jokią labirinto vietą, kurioje jis jau buvo. Kiek daugiausiai agurkų jis gali susirinkti?



A) 12 **B**) 13 **C**) 14 **D**) 15 **E**) 16

K14. Kiekviena iš pavaizduotos figūros sričių yra nuspalvinta viena iš 4 spalvų: raudona (R), žalia (Ž), mėlyna (M) arba geltona (G). Bet kurios dvi besiribojančios sritys turi būti nuspalvintos skirtingomis spalvomis (paveikslėlyje nurodytos tik trijų sričių spalvos). Tada sritis X yra nuspalvinta:



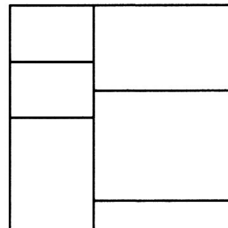
A) raudonai **B**) mėlynai **C**) žaliai **D**) geltonai

E) to nustatyti neįmanoma

K15. Turime tam tikrą balų sąrašą: 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12 ir 16. Kuriuos du balus galima išbraukti, kad likusiųjų balų vidurkis nepakistų?

A) 12 ir 17 **B**) 5 ir 17 **C**) 9 ir 16 **D**) 10 ir 12 **E**) 10 ir 14

K16. Kvadratinis popieriaus lapas sukarpytas į 6 stačiakampius (žr. paveikslėlį). Bendras visų 6 stačiakampių perimetras yra 120 cm. Raskite kvadratinio popieriaus lapo plotą (cm^2).



A) 48 **B**) 64 **C**) 110,25 **D**) 144 **E**) 256

K17. Per trejas futbolo rungtynes „Žalgirio“ komanda įmušė 3 įvarčius, o praleido tik 1. „Žalgirio“ komanda vienerias rungtynes laimėjo, kitas pralaimėjo, o trečias sužaidė lygiosiomis. Koks buvo „Žalgirio“ laimėtųjų rungtynių rezultatas?

A) 2:0 **B**) 3:0 **C**) 1:0 **D**) 2:1 **E**) 0:1

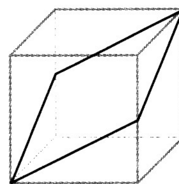
K18. Popieriaus lape Lilė nubrėžė 2 cm ilgio atkarpą MN. Keliais būdais ji gali pažymėti to lapo tašką P, kad trikampis MNP būtų statusis, o jo plotas būtų 1 cm^2?

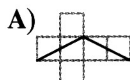
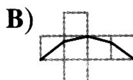
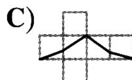
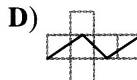
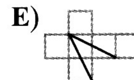
A) 2 **B**) 4 **C**) 6 **D**) 8 **E**) 10

K19. Teigiamas skaičius a yra mažesnis už 1, o skaičius b — didesnis už 1. Kuris iš žemiau išvardytų skaičių yra didžiausias?

A) $a \cdot b$ **B)** $a + b$ **C)** $a : b$ **D)** b **E)** $a - b$

K20. Kubo paviršiuje nubrėžtas keturkampis dalija paviršių į dvi vienodas dalis. Kaip atrodys to kubo išklotinė?



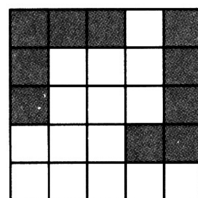
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

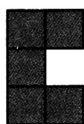
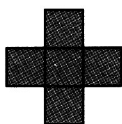
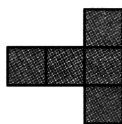
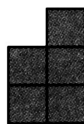
K21. Penkiaženklis skaičius 24X8Y dalijasi be liekanos iš 4, 5 ir 9. Kam lygi skaitmenų X ir Y suma?

A) 13 **B)** 10 **C)** 9 **D)** 8 **E)** 4

K22. Kvadrate 5×5 Lina užtušavo 10 kvadratėlių (žr. pav. dešinėje). Kurią iš 5 žemiau pavaizduotų figūrų ji gali padėti neužtušuotoje srityje taip, kad jokia iš likusių 4 figūrų nebetilptų į dar neužimtą neužtušuotą sritį?



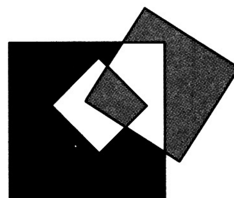
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

K23. Jonas, Balys ir Matas stovi ir kalbasi. Jonas sako: „Aš esu daugiau kaip dukart toliau nuo Balio negu nuo Mato.“ Balys sako: „Aš esu daugiau kaip dukart toliau nuo Mato negu nuo Jono.“ Matas sako: „Aš esu daugiau kaip dukart toliau nuo Balio negu nuo Jono.“ Mažiausiai du iš jų sako tiesą. Kuris tada meluoja?

A) Jonas **B)** Balys **C)** Matas **D)** Nė vienas nemeluoja **E)** To nustatyti neįmanoma

K24. Kvadrato su kraštine 7 cm viduje nubrėžtas kvadratėlis su kraštine 3 cm, o trečias kvadratas, kurio kraštinė 5 cm, kerta pirmuosius du. Koks yra juodosios srities ploto ir pilkųjų sričių bendro ploto skirtumas (cm^2)?



A) 0 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 15 **E)** Nustatyti neįmanoma

K25. Balys šaudo į taikinį, o pataikęs kiekvieną kartą išmuša 5, 8 arba 10 taškų. 8 ir 10 taškų jis išmušė tiek pat kartų, o iš viso jis išmušė 99 taškus. 25% kartų Balys taikinio nekliudė. Kiek kartų jis šovė?

A) 10 **B)** 12 **C)** 16 **D)** 20 **E)** 24

K26. Iškilajame keturkampyje $ABCD$, kuriame $AB = AC$, žinomi šie kampai: $\angle BAD = 80^\circ$, $\angle ABC = 75^\circ$ ir $\angle ADC = 65^\circ$. Koks yra kampo BDC didumas?

A) 10° **B)** 15° **C)** 20° **D)** 30° **E)** 45°

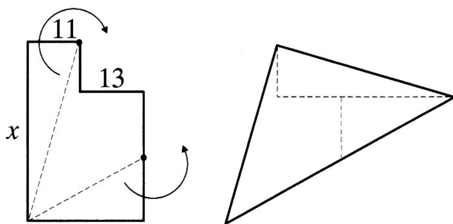
K27. Visi keturženkliai skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 4, surašyti mažėjimo tvarka. Kelintas iš eilės šiame sąraše yra skaičius 2011?

A) 6-tas **B)** 7-tas **C)** 8-tas **D)** 9-tas **E)** 10-tas

K28. Reiškinyje $\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}$ kiekviena raidė žymi nenulinį skaitmenį; be to, skirtingos raidės žymi skirtingus skaitmenis. Kokią mažiausią natūraliąją reikšmę gali įgyti reiškinys?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 7

K29. Kairėje pavaizduotą figūrą sudaro du stačiakampiai. Dvi tų stačiakampių kraštinės yra 11 ir 13.



Figūra buvo perkirpta į tris dalis, iš kurių sudėtas dešinėje pavaizduotas trikampis. Koks yra stačiakampio kraštinės x ilgis?

A) 36 **B)** 37 **C)** 38 **D)** 39 **E)** 40

K30. Švieslentėje 4×4 Marius žaidžia tokį žaidimą. Kai jis spusteli kurį nors lentelės langelį, šis nušvinta raudonai arba mėlynai. Yra žinoma, kad švieslentėje yra lygiai du mėlynai nušvintantys langeliai, be to, jie turi bendrą kraštinę. Kiek mažiausiai langelių Mariui visada užteks protingai žaidžiant spustelėti, kad įžiebtų abu mėlynuosius švieslentės langelius?

A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 13

SPRENDIMAI

BIČIULIS (V ir VI klasės)

B1. Ⓒ Trečiadienį

Kadangi žodyje ŽALGIRIS yra 8 raidės, o savaitėje — 7 dienos, tai Balys, trečiadienį parašęs pirmąją žodžio raidę Ž, iš viso per 7 dienas parašys 7 pirmąsias žodžio ŽALGIRIS raides: Ž, A, L, G, I, R, I.
Aštuntą dieną jis rašys paskutinę 8-ą raidę S, ir ta savaitės diena bus vėl tokia pati, kaip toji 1-oji, kai jis rašė pirmąją raidę Ž, arba trečiadienis.
Teisingas atsakymas **C**.

B2. Ⓒ 56

Jei motociklininkas per 30 minučių nuvažiavo 28 km, tai per dvigubai ilgesnį laiką, t. y. per 1 valandą, jis nuvažiuos dvigubai daugiau kelio — $28 \cdot 2 = 56$ km. Kadangi jis per 1 val. nuvažiuos 56 km, tai jo greitis yra 56 km/h.
Teisingas atsakymas **C**.

B3. Ⓐ Kvadrato

Atsakymas tikrai nėra **E**, nes lygiašonį trikampį gausime pjaudami kvadratą per jo įstrižainę.
Atsakymas nėra ir **D**, nes penkiakampį tikrai gausime nuo kvadrato viršūnės bet kaip nupjovę „nedidelį kampuką“.
Atsakymas nėra ir **C**, nes statųjį trikampį visada gausime bet kokiu pjūviu, kuris yra nelygiagretus su kvadrato kraštine.
Atsakymas nėra ir **B**, nes stačiakampį (iš tikrųjų — 2) visada gausime bet kuriuo pjūviu, lygiagrečiu su bet kuria kvadrato kraštine.
Todėl, net jei daugiau nieko nebepasakytume, pagal „Kengūros“ taisykles teisingas turi būti atsakymas **A**. (Nes teisingas tėra vienintelis iš 5 siūlomų atsakymų.)
Tiesiu pjūviu nuo kvadrato nupjauti kvadrato negalima.
Jeigu būtų galima, tai viena kuri nors pradinio kvadrato kraštinė būtų tokia pat, kaip ir atkirptojo kvadrato kraštinė, o tada atkirptasis kvadratas sutaptų su pradiniu — o taip negali būti, nes pasakyta, kad po pjūvio yra dvi dalys — o tada būtų tik viena. Liko vienintelis atsakymas **A**.
Teisingas atsakymas **A**.

B4. Ⓑ 13

Žr. Kadeto 13 uždavinio sprendimą.

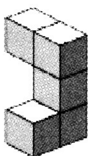
B5. Ⓔ 47

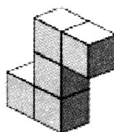
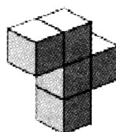
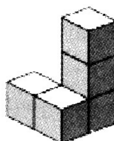
Sprendžiant turbūt paprasčiausia yra užrašyti pirmus 15 nelyginių skaičių. Žinoma, rūpestingai praleidžiant visus nelyginius skaičius, kuriuose „pasitaiko“ skaitmuo 3.
Rašome eilutėmis po 5:

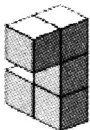
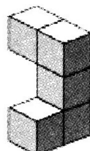
1, 5, 7, 9, 11,
15, 17, 19, 21, 25,
27, 29, 41, 45, 47.

Jeigu tik nieko nepraleidome, tai jau matome, kad tas 15-as virtinės skaičius yra 47.
Teisingas atsakymas **E**.

B6. Ⓔ

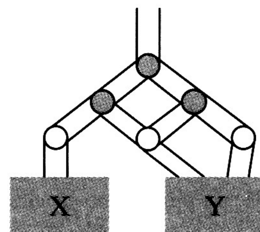


! A)  ir **B)**  pavaizduotos dalys papildyti iki pilno stačiakampio gretasienio netinka, nes yra „vienasluoksnės". **D)**  irgi netinka, nes kaip papildančioji figūra ji turi tik vieną „posūkį", o reikia dviejų.

C)  ir **E)**  turi po 2 „posūkius", bet **C)** antrasis posūkis yra ne į tą pusę, o detalė **E)** — tinka.

Teisingas atsakymas **E**.

B7. Ⓓ 750



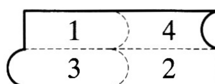
! Neretai, atidžiau pasidairius, kas dedasi pas kaimyną, darosi daug aiškiau, kas vyksta pas mus.
Lygiai taip pat sprendžiant šį uždavinį mums lengviau susivokti, kiek vandens atiteka į gretimą talpą X.
Prieš pakliūdamas į talpą X, vanduo prateka pro 2 išsišakojimus, kiekvieną kartą dalydamasis pusiau. Todėl po pirmojo išsišakojimo link X dar tekės pusė vandens, o po antrojo — pusės pusė, arba ketvirtadalis. Kadangi viršuje buvo 1000 litrų, tai į X atitekės $1/4 \cdot 1000 = 250$ litrų, o likęs vanduo, arba $1000 - 250 = 750$ litrų, atsidurs talpoje Y.
Teisingas atsakymas **D**.

B8. Ⓐ 5

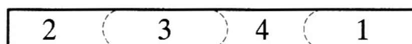
! Imame iš eilės ir tikriname. Sekantys galimi trys iš eilės einantys nelyginiai skaičiai 03-05-07 irgi reiškia datą, toliau eitų taip pat tinkami rinkiniai 05-07-09, 07-09-11, 09-11-13, irgi reiškiantys datas.
Pradedant nuo 11-13-15, visi sekantys trijų nelyginių iš eilės einančių skaičių junginiai jau nebereiškia datų, nes antrasis — mėnesių — skaičius negali prašokti 12. Todėl tėra 5 tokios pradinės datos (jos visos jau buvo paminėtos sprendime), ir todėl teisingas yra atsakymas **A**.
Teisingas atsakymas **A**.

B9. Ⓔ 

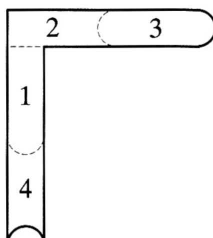
! Figūra **A** gali būti gauta taip:



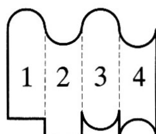
(jungimus rodo punktyrinė linija)

Figūra **B** gali būti gauta taip: 

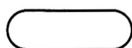
Figūra **C** gali būti gauta taip:



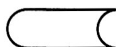
Figūra **D**, atrodanti sudėtingiausiai, gaunama bene paprasčiausiai — išvedus 3 vertikalias linijas:



Kadangi pasakyta, jog vienos figūros negalima gauti, tai pagal „Kengūros“ taisykles — tetinka vienintelis atsakymas — negalima gauti **E**.
Dėl teorinio negalimumo gauti figūrą **E** tenka mėginti „samprotauti“.
Jei figūros **E** viršus yra 3-oji dėlionės detalė,



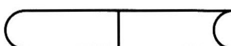
tai apačioj prie jos turi prisišlieti



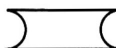
o tokia nesusideda — ji turėtų prasidėti kaip 1-oji detalė



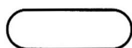
ir tada prie jos jungtųsi tik 2-oji



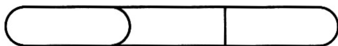
ir prie jos nebeprišliejama 4-oji dėlionės detalė



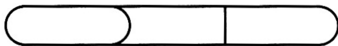
Jei figūros **E** viršus yra „sudėtinis“, tai kadangi jis apvaliai prasideda ir apvaliai baigiasi, tai jis negali prasidėti



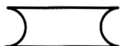
nes tada, kadangi jis turi apvaliai baigtis, tai toliau būtų tik taip:



(jei tai visai nebebus apvalios pabaigos). Tačiau jei



tai apačiai lieka detalė



o **E** dėlionės apačia yra aiškiai ne tokia.
Teisingas atsakymas **E**.

B10. Ⓐ 840

! Dvi savaitės — tai ištisos 14 dienų. Todėl jei katinas Murklys kas antrą dieną sugaudavo po pelę, tai jis lygiai 7 dienas sugaudavo po pelę, ir tą dieną jo pieno porcija išaugdavo trečdaliu, o šiaip dienomis jis savo įprastinę porciją vis tiek atsiimdavo.
Todėl per 14 dienų jis gavo 14 įprastinių porcijų ir dar 7 priedus po 1/3 porcijos, arba dar

$$7 \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

„įprastinės“ porcijos virš tų 14 porcijų, kurias jis ir taip būtų gavęs net ir nieko neveikdamas. Taigi $14 + 2\frac{1}{3} = 16\frac{1}{3}$ porcijos, arba verčiant gramais $16\frac{1}{3} \cdot 60 = \frac{49}{3} \cdot 60 = 49 \cdot 20 = 980\,(\text{g})$.

!! Dvi savaitės — tai vėl 14 dienų. Todėl katinas 7 dienas pradrybsojo, gaudamas (tik) po 60 gramų pieno, o per kitas 7 dienas jis išsijudindavo, nustodavo drybsoti ir, pagavęs po pelę, gaudavo trečdaliu porcijos daugiau, arba tokią dieną iš viso jau $60 + \frac{1}{3} \cdot 60 = 60 + 20 = 80$ (gramų) pieno.
Todėl per tas dvi savaites jam iš viso buvo atseikėta $60 \cdot 7 + 80 \cdot 7 = 140 \cdot 7 = 980$ gramų pieno.
Teisingas atsakymas **A**.

B11. Ⓓ

K	*A*
N	*G*
O	*O*
R	*A*

! Žemiau pateikta schema rodo, kad kiekvienoje lentelėje, išskyrus **D**, nesunku nurodyti pildymo tvarką.

A)

K	*A*
N	*O*
O	*G*
R	*A*

B)

N	*G*
A	*A*
K	*R*
O	*O*

C)

O	*O*
K	*R*
A	*A*
G	*N*

E)

K	*O*
A	*O*
R	*N*
A	*G*

Lieka įrodyti, kad lentelės **D** užpildyti tikrai negalima.
Įrodymas. Jei tai būtų galima, tai prie *K* esanti *A* yra pirmoji parašoma to žodžio *A*. Todėl „žemoji“ *A* yra antroji to žodžio *A*. Bet į ją tada turėtų būti galima ateiti iš prieš ją einančios *G*, o tai neįmanoma. Todėl teisingas yra atsakymas **D**.
Teisingas atsakymas **D**.

B12. Ⓑ 891

Tokių pageidaujamų 4-ženklių skaičių yra vos keli, nes skaičius 2011 turi pasikartojančių skaitmenų ir joks keturženklis skaičius negali prasidėti 0.
Surašome juos iš eilės — tokių skaičių tėra 9:

1012 1021 1102 1120 1201 1210 **2011** 2101 2110

Matome, kad skaičiaus 2011 kaimynai yra 1210 ir 2101, ir jie skiriasi $2101 - 1210 = 891$.
Teisingas atsakymas **B**.

B13. Ⓔ 167

Aišku, kad didžiausias skaičius 167 tegali būti mažesniųjų suma.
Bet taip nėra. Tam užtenka pastebėti, kad bet kurios iš keturių įmanomų sumų

$$17 + 30 + 49$$
$$17 + 30 + 96$$
$$17 + 49 + 96$$
$$30 + 49 + 96$$

paskutinųjų skaitmenų suma

$$7 + 0 + 9$$
$$7 + 0 + 6$$
$$7 + 9 + 6$$
$$0 + 9 + 6$$

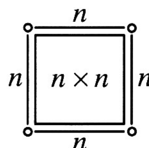
nesibaigia skaitmeniu 7, todėl sumos 167 duoti negali. Vadinasi, teisingas gali būti tik atsakymas **E**. Įsitikinkime, kad nepanaudojus skaičiaus 167, likusieji skaičiai duoda teisingą sudėtį. Iš tikrųjų, likęs didžiausias skaičius 96, pagal pavaizduotą veiksmą, turėtų būti likusių skaitmenų suma. Taip ir yra, nes

$$\begin{array}{r} 17 \\ +\ 30 \\ 49 \\ \hline 96 \end{array}$$

ir todėl teisingas yra atsakymas **E**.

B14. Ⓒ 64

Jeigu turime $n \times n$ kvadratą, tai išdėlioti sienelei „aplink“ jį reikia $4n + 4$ kubelių: po n kubelių keturioms kvadrato kraštinėms ir dar po keturis kampuose.
Mūsų atveju $4n + 4 = 36$, $4n = 32$, todėl $n = 8$. Todėl „vidiniam“ 8×8 kvadratui užpildyti Ninai prireiks $8 \cdot 8 = 64$ kubelių.
Teisingas atsakymas **C**.



B15. Ⓓ 56

Matome, kad kvadratas 3×3 iš viso turi $3^2 = 9$ plyteles, iš kurių $4 = 2^2$ yra juodos, o 5 — baltos.
Kitas kvadratas yra 5×5 ir turi $5^2 = 25$ plyteles, iš kurių $9 = 3^2$ yra juodos, o 16 — baltos.
Trečiasis kvadratas yra 7×7 ir turi $7^2 = 49$ plyteles, iš kurių $4^2 = 16$ yra juodos, o 33 — baltos.
Kvadratas, kuris turi $25 = 5^2$ juodas plyteles, iš viso turi $9^2 = 81$ plytelę, iš kurių baltos yra $81 - 25 = 56$ plytelės.
Teisingas atsakymas **D**.

B16. Ⓑ 3612

Jeigu Paulius, kažką padauginęs iš 31, gavo 372, tai tas „kažkas“ buvo $372 : 31 = 12$. Tada teisingas daugybos rezultatas būtų $12 \cdot 301 = 12 \cdot (300 + 1) = 3600 + 12 = 3612$, ir todėl teisingas yra atsakymas **B**.

Pastaba. Minėtoji klaida daugyboje stulpeliu yra dažniausiai pasitaikanti iš visų „paaiškinamų“ daugybos stulpeliu klaidų ir atsiranda dėl to, kad daugindami iš 0, tos gaunamos nulinės eilutės nerašome, o sekančią „užmirštame“ pastumti per vieną.

Taip vietoje teisingo veiksmo (žr. 1 pav.) galime apsirikę gauti tą, ką ir gavo Paulius (žr. 2 pav.).

1 pav.

			1	2
×		3	0	1
			1	2
+	3	6		
	3	6	1	2

2 pav.

			1	2
×		3	0	1
			1	2
+		3	6	
		3	7	2

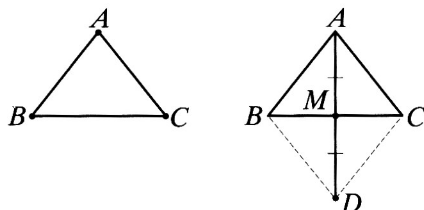
Teisingas atsakymas **B**.

B17. Ⓑ 3 : 0

Žr. Kadeto 17 uždavinio sprendimą.

B18. Ⓒ 3

Jeigu trikampį papildome iki lygiagretainio, tai dvi kurios nors trikampio kraštinės virsta gretimomis lygiagretainio kraštinėmis, o trečioji (likusioji) — to lygiagretainio įstrižaine.

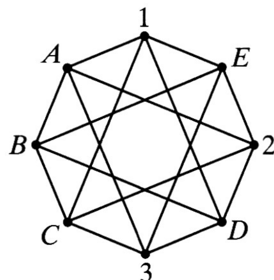


Kadangi lygiagretainio įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija pusiau, tai ketvirtą lygiagretainio viršūnę gauname bet kurią iš tų 3 pradinio trikampio viršūnių jungdami su priešgulės kraštinės vidurio tašku ir pratęsdami tą atkarpą dar tiek pat. Kadangi yra 3 būdai tai atlikti, tai ir tą ketvirtą tašką galima gauti 3 būdais.

Teisingas atsakymas **C**.

B19. Ⓓ 4

Sužymėkime skaičių kol kas neturinčius taškus raidėmis A, B, C, D ir E. Tada taškai A, C ir E yra sujungti su taškais, pažymėtais ir 1, ir 2, ir 3, todėl juos galima pažymėti tik 4.



Kadangi taškas B yra sujungtas tik su taškais, pažymėtais 4, tai jis pats negali būti pažymėtas 4.

Taškas D sujungtas su taškais 1, 2, 3 ir su tašku B, pažymėtu ne 4-tu, pats privalo būti 4.

Taigi ketvertu pažymėti taškai bus A, C, D ir E.

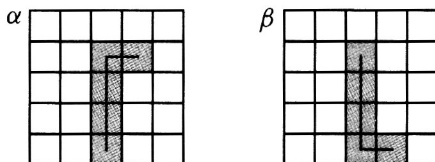
Teisingas atsakymas **D**.

B20. Ⓔ 20

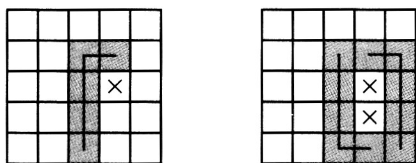
! Danieliaus detalė sudaryta iš 5 langelių. Jeigu kvadrato, kurį jis sudės iš tokių detalių, kraštinėje yra a langelių, o sudės jis ją iš p detalių, tai $5 \cdot p = a^2$. Tada a^2 turi dalytis iš 5, arba ir pats a irgi turi dalytis iš 5. Todėl galimi tik kvadratai 5×5, 10×10, 15×15, ...

Dabar norėtume paaiškinti, kodėl 5×5 kvadrato iš tų 5-langių detalių nesudėsime. Įvesime šachmatų numeraciją ir žiūrėsime, keliais iš esmės skirtingais būdais gali būti uždengtas centrinis langelis c3.

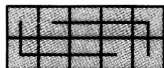
Tokių iš esmės skirtingų būdų būtų 2.



Iš tikrųjų, langelį c3 gali dengti tik 4 langelių „lazda“, bet ne jos „rankena“ (penktasis langelis). Lazda gali eiti horizontaliai arba vertikaliai, bet paveikslėlį galima pasukti taip, kad ji eitų vertikaliai ir remtųsi į kvadrato pagrindą (langeliai c1, c2, c3, c4). Be to, galime laikyti, kad rankena žiūri į dešinę (kitaip paveikslėlį apverstume). Atveju α (rankena — langelis d4) nebepavyksta uždengti langelio d3. Atveju β (rankena — langelis d1) įžiūrime, kad langelį e1 galima uždengti tik detale, dengiančia e1, e2, e3, e4, d4, bet tada lieka nebeuždengiami langeliai d2 ir d3.



Vadinasi, 5×5 kvadrato penkiomis lazdomis padengti neįmanoma.
Liko paaiškinti, kaip galima uždengti kvadratą 10×10 (tam prireiks $100 : 5 = 20$ detalių).
Tai visai paprasta — 2 tokiomis detalėmis galima uždengti stačiakampį 2×5



Penkiais tokiais stačiakampiais, guldydami juos vieną po kitu, uždengsime stačiakampį 10×5, o iš dviejų tokių stačiakampių sudėsime kvadratą 10×10.
Teisingas atsakymas **E**.

B21. Ⓒ 3

! Kadangi $80 - 3 = 77$, tai reikia pasižiūrėti, iš ko tas skaičius dalijasi. Mergaičių ten daugiau negu viena. 77 dar dalijasi iš 7, 11 ir 77. Kadangi 11 ir 77 netinka dėl grupės dydžio, tai mergaičių gali būti tik 7, o tada į būrelį dar vaikšto $10 - 7 = 3$ berniukai.
Teisingas atsakymas **C**.

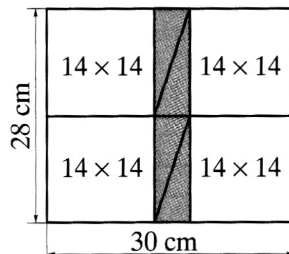
B22. Ⓒ 4

❗ Pažymėkime kačiukus pagal jų „turimas" spalvas: B, J, R, BJ, BR, RJ ir BRJ. Pirmiausia skirstysime galimus ketvertus pagal tai, ar yra juose tik vienspalvių („monochromatinių") kačiukų, ar tokių kačiukų tame rinkinyje nėra.
1 atvejis — tokių tik vienspalvių kačiukų nėra. Tada likę visi kiti nevienspalviai kačiukai, arba ketvertas BR, BJ, RJ ir BRJ tenkina uždavinio sąlygas ir yra tinkamas ketvertas.
2 atvejis — rinkinyje yra vienspalvis kačiukas; sakykime B. Tada ir kituose kačiukuose turi būti baltos spalvos, o tokių kačiukų yra dar 3: BR, BJ ir BRJ, ir jie kartu su baltuoju kačiuku sudaro tinkamą ketvertą.
Kadangi tokių „atskirų" spalvų yra trys, tai bus trys tokie rinkiniai, o įskaičius pradinį, iš viso bus 4 tinkami kačiukų ketvertai.
Teisingas atsakymas **C**.

B23. Ⓓ 56

❗ Kadangi stačiakampio matmenys yra 30 × 28, o dviejų stačiųjų trikampių ilgesniųjų statinių ilgių suma yra lygi stačiakampio pločiui, arba 28, tai ilgesnysis stačiojo trikampio statinis yra $28 : 2 =$
$= 14\,\text{cm}$.
Iš brėžinio matome, kad du stačiojo trikampio ilgesnieji statiniai (o tai vėl 28) plius dar trumpesnysis statinis yra jau 30, vadinasi, trumpesnysis statinis lygus $30 - 28 = 2$. Todėl visas paryškintas plotas yra $4 \cdot \left(14 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = 56\,\text{cm}^2$, ir teisingas yra atsakymas **D**.

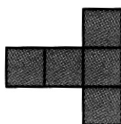
❗❗ Perstumiame du trikampius taip, kaip parodyta paveikslėlyje. Trikampių dengiama sritis yra stačiakampis, kurio plotas lygus plotų $28 \cdot 30$ ir $4 \cdot (14 \cdot 14)$ skirtumui. Tas skaičius yra $28 \cdot 30 - 28 \cdot 28 =$
$= 2 \cdot 28 = 56$, o tai atsakymas **D**.



B24. Ⓒ 2

❗ Jei Feliksas iš tikrųjų meluoja, tai ir Alius, ir Marius sako tiesą (1 ir 3 teiginiai) — nes jie tą ir sako apie Feliksą.
Tuo pačiu Feliksas meluoja (2 teiginys), o kadangi Alius sako tiesą, tai meluoja ir Antanas (4 teiginys).
Vadinasi, tuo atveju, kai Feliksas meluoja, 2 iš 4 berniukų (Alius ir Marius) sako tiesą, o kiti 2 (Feliksas ir Antanas) — meluoja.
Jeigu Feliksas nemeluoja, o sako tiesą, tai tada Alius meluoja (1 teiginys) — lygiai taip meluoja ir Marius (3 teiginys).
Tada Feliksas tikrai teisus (2 teiginys), o Antanas irgi sako tiesą (4 teiginys).
Vadinasi, ir šiuo atveju 2 iš 4 berniukų (tik dabar jau Alius ir Marius) meluoja, o kiti du (Feliksas ir Antanas) sako tiesą.
Todėl kaip ten bebūtų — ar Feliksas meluoja, ar ne — vis tiek 2 iš 4 berniukų yra teisūs, o tai reiškia, jog teisingas yra atsakymas **C**.
Teisingas atsakymas **C**.

B25. Ⓓ



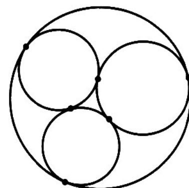
Žr. Kadeto 22 uždavinio sprendimą.

B26. Ⓔ 6

Nustatykime, kiek akučių gali būti vidurinio kauliuko apatinėje sienelėje. Joje negali būti 4, 5 ar 6 akutės — kitaip šios sienelės ir prie jos priglaustos apatinio kauliuko viršutinės sienelės (joje daugiau kaip 1 akutė) akučių suma viršytų 5. Taip pat vidurinio kauliuko ir viršutinėje sienelėje negali būti 5 ar 6 akutės. Tai reiškia (turint omeny, kad viršutinės ir apatinės sienelių akučių suma lygi 7), jog apatinėje sienelėje negali būti $7 - 5 = 2$ ar $7 - 6 = 1$ akutė. Taigi apatinėje sienelėje yra 3 akutės, todėl jo viršutinėje sienelėje yra $7 - 3 = 4$ akutės. Vadinasi, viršutinio kauliuko apatinėje sienelėje yra $5 - 4 = 1$ akutė, o jo viršutinėje sienelėje $7 - 1 = 6$ akutės.
Teisingas atsakymas **E**.

B27. Ⓓ 6

Kiekviena apskritimų pora turi turėti tik vieną bendrą tašką. Bet 4 apskritimai (1, 2, 3, 4) sudaro tik 6 poras (12, 13, 14, 23, 24, 34).
Vadinasi, tokių taškų gali būti daugiausiai 6, ir toks atvejis yra įmanomas (žr. brėžinį).
Teisingas atsakymas **D**.



B28. Ⓐ 5 trečiadieniai

Kadangi trumpesnių kaip 28 dienos mėnesių nėra, tai kiekviename mėnesyje visada yra bent po 4 pirmadienius, 4 antradienius ir taip toliau — iki pat 4 sekmadienių. Todėl jeigu jau kuriame mėnesyje yra ir 5 šeštadieniai ir 5 sekmadieniai, tai tokiame mėnesyje yra bent $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5$, arba 30, dienų. Todėl turime mėnesį su 5 šeštadieniais, o tarp 5 šeštadienių yra 4 ketvirtadieniai, ir dabar jeigu pirmasis šeštadienis nebūtų pati pirmoji to mėnesio diena, tai tada ir prieš jį einantis penktadienis „atsidurtų“ tame mėnesyje ir taptų jau 5-tuoju to mėnesio penktadieniu, o taip būti negali.
Todėl pirmasis to mėnesio šeštadienis privalo būti ir pati pirmoji to mėnesio diena.
Tada ir to mėnesio 1, 8, 15, 22 ir 29 irgi yra šeštadieniai, o 2, 9, 16, 23 ir 30 dienos — sekmadieniai.
Kadangi yra aiškiai pasakyta, kad tame mėnesyje yra tik 4 pirmadieniai, o keturi pirmadieniai tame mėnesyje yra tarpuose tarp 5 šeštadienių (arba 5 sekmadienių), paprasčiausiai sakant, jie dabar yra 3, 10, 17, 24 dienos, tai po to mėnesio 30 dienos eina jau kitas mėnuo.
Vadinasi, tas mėnuo turi lygiai 30 dienų, tada sekantis mėnuo visada turi 31 dieną ir prasideda pirmadieniu.
Bet, jei 1-oji diena pirmadienis, tai ir 8, 15, 22 ir 29 dienos irgi pirmadienis (30 diena — 5-asis antradienis), o 31 — irgi 5-asis trečiadienis. Vadinasi, mums tinka atsakymas **A**.
Teisingas atsakymas **A**.

B29. Ⓓ Tik d

Teisingame atsakyme glūdi tam tikra optinė apgaulė, nes iš pirmo žvilgsnio gali pasirodyti, kad didinti, jog padidėtų mažiausiai, reikėtų patį mažiausią, o ne patį didžiausią skaičių.
Prisiminkime, kad $a < b < c < d$. Padidinę paeiliui kiekvieną skaičių vienetu, gautume sandaugas $(a + 1)bcd$, $a(b + 1)cd$, $ab(c + 1)d$, $abc(d + 1)$. Atmetus jų bendrą dėmenį $abcd$, liktų bcd, acd, abd, abc, ir nesunku jas surikiuoti: $abc < abd < acd < bcd$. Kadangi mažiausias skaičius abc atsirado iš sandaugos $abc(d + 1)$ atmetus bendrą dėmenį $abcd$, tai toji sandauga $abc(d + 1)$ ir yra pati mažiausia, ir todėl tam, kad sandauga būtų mažiausia, didinti reikia būtent patį didžiausią skaičių, o teisingas yra atsakymas **D**.
Uždavinio filosofija būtų tokia: jeigu kelių skaičių suma yra tokia pati, tai paprastai jų sandauga yra tuo didesnė, kuo tie skaičiai yra mažiau išsimėtę. Lygiai taip išėjo mūsų atveju. Rinkinys $a + 1$, b, c, d būtų „lygesnis“ už rinkinį a, b, c, $d + 1$. Pastarasis „labiau išblaškytas“, todėl ir sandauga pasirodė esanti mažiausia iš tų keturių nagrinėtųjų reikšmių.
Teisingas atsakymas **D**.

B30. Ⓐ Nė vieno

! Šį uždavinį galėtume pavadinti uždaviniu apie „pasluoksniui“ besidalijantį skaičių. Šiuo atveju tikrinti nėra ko, nėra ko ir spėlioti, todėl teks spręsti.

Užrašius raidėmis, reikalai atrodo taip: penkiaženklį skaičių užrašome $XYZTU$, ir turi būti taip: X turi dalytis iš 1, XY — iš 2, XYZ — iš 3, $XYZT$ — iš 4, o jis pats, tas skaičius $XYZTU$ — iš 5. Dėl dalybos iš 1 daug rūpesčių nekyla, kad iš skaitmenų X ir Y sudarytas dviženklis skaičius XY dalytųsi iš 2, jo paskutinis, šiuo atveju skaitmuo Y turi būti lyginis, kad iš skaitmenų X, Y ir Z sudarytas triženklis skaičius dalytųsi iš 3, jo skaitmenų suma turi dalytis iš 3, kad $XYZT$ dalytųsi iš 4, jo paskutinis skaitmuo privalo būti lyginis (nors vien to nepakanka).

Na o dėl paties skaičiaus dalybos iš 5, tai paskutinis skaitmuo turi būti 0 arba 5. Bet mes skaitmens 0 savo paslaugoms neturime, todėl paskutinis skaitmuo jau yra 5. Todėl mūsų 5-ženklis skaičius jau truputį aiškesnis — jis yra $XYZT5$. Dėl dalybos iš 2 ir iš 4 skaitmenys Y ir T turi būti lyginiai. Mūsų dispozicijoje tėra tik 2 lyginiai skaičiai, 2 ir 4, todėl mes turime tokias galimybes: (A) $X2Z45$ arba (B) $X4Z25$. (A) atveju yra atvejai A1 (12345) ir A2 (32145). Tačiau tada tais abiem atvejais yra blogai: nei 1234, nei 3214 nesidalija iš 4 (tam, kad skaičius dalytųsi iš 4 reikia — ir to gana — kad skaičius, sudarytas iš dviejų paskutinių jo skaitmenų, dalytųsi iš 4). Mūsų atveju tie 2 paskutinieji skaitmenys sudaro dviženklius skaičius 34 ir 14, o jie iš 4 nesidalija. Atvejis (B) $X4Z25$ turi du atvejus: B1 (14325) ir B2 (34125). Dabar su iš 4 skaitmenų sudarytų fragmentų 1432 ir 3412 dalyba iš 4 yra viskas gerai, nes ir 32, ir 12 iš 4 dalijasi. Dabar kitkas blogai: 3-skaitmeniai fragmentai 143 ir 341 nesidalija iš 3, nes abiejų jų skaitmenų suma $1+4+3$ ir $3+4+1$ yra 8 ir iš 3 nesidalija. Todėl nė vieno tinkamo skaičiaus nėra.

Teisingas atsakymas **A**.

KADETAS (VII ir VIII klasės)

K1. Ⓓ $1+2011$

Kadangi

$$2011^1 = 2011, \quad 1^{2011} = 1, \quad 1 \cdot 2011 = 2011, \quad 1 + 2011 = 2012, \quad 1 : 2011 = \frac{1}{2011},$$

tai didžiausias yra skaičius 2012.
Teisingas atsakymas **D**.

K2. Ⓐ 42

Uždavinys prašo tiesiog imti ir suskaičiuoti. Kadangi vienas kubelis turi 6 sieneles, o tetraedras (trikampė piramidė) — 4 (graikiškai *tetra* — keturi), tai 5 Alės kubeliai turi $5 \times 6 = 30$ sienelių, o jos tetraedrai jų turi $3 \times 4 = 12$ sienų. Todėl visi Alės briaunainiai turi $30 + 12 = 42$ sienas.
Teisingas atsakymas **A**.

K3. Ⓑ 7,5 m

Aštuonias baltas juostas vieną nuo kitos skiria septynios juodos. Iš viso turime $8 + 7 = 15$ juostų, kurių bendras plotis lygus $15 \cdot 50 = 750$ cm, t. y. 7,5 m.
Teisingas atsakymas **B**.

K4. Ⓐ 2

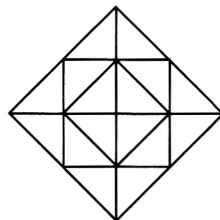
Dėl skaičiuoklio ožiavimosi reiškinys $(12 \cdot 3) + (4 \cdot 2)$ bus suskaičiuotas kaip $(12 : 3) - (4 : 2)$, o tada jo reikšmė lygi $4 - 2$, arba paprasčiausiai 2.
Teisingas atsakymas **A**.

K5. Ⓒ 50

Kadangi mano elektroninis laikrodis ką tik ėmė rodyti laiką „šiek tiek po aštuonių" ir dar tokį, kurio minutės yra vienodos, tai kol „nesujudės" valandų skaitmenys, arba iki devintos valandos vakaro, t. y. iki 21:00, tokio sąlyga pageidaujamo laiko tikrai dar nebus.
Ir pati lygiai devinta valanda, 21:00, dar ne toks laikas.
Bet jau kita minutė „po lygiai devynių", arba laikas 21:01 jau yra toks, kurio mes ieškome.
Lieka pastebėti, kad nuo 20:11 iki 21:01 praeina lygiai 50 minučių (21:01 − 20:11 = 00:50).
Teisingas atsakymas **C**.

K6. Ⓒ 12

Išvedus dvi linijas — vieną vertikaliai, o kitą horizontaliai, visi kvadratėliai pasirodo sudedami iš vienodo ploto „puskvadračiukų". Supjaustę figūrą į mažus „puskvadračiukus" dešinėje esančiame piešinyje parodytu būdu, matytume, kad mažasis kvadratas yra sudėtas iš 4 tokių „puskvadračiukų", vidutinis — jau iš 8, o didelis — net iš 16. Vadinasi, didelis kvadratas turi $16 - 8 = 8$ „puskvadračiukais" daugiau negu vidutinis.



Kadangi mažas kvadratas sudarytas iš 4 „puskvadračiukų" turi 6 cm^2 lygų plotą, tai 8 „puskvadračiukų" plotas bus dvigubai didesnis, arba $2 \cdot 6 = 12\,(\text{cm}^2)$.
Taigi didžiojo ir vidutinio kvadratų plotų skirtumas yra 12 cm^2.
Teisingas atsakymas **C**.

K7. Ⓔ 21

! Jeigu paskutiniojo lyginės pusės namo numeris yra 12, tai visi numeriai $1, 2, 3, \ldots, 10, 11, 12$ „turi savo namus“, o einantys po 12 lyginiai numeriai „savo namų jau nebeturi“. Todėl turi būti dar $17 - 12 = 5$ namai su nelyginiais numeriais: 13, 15, 17, 19 ir 21. Vadinasi, mano pusbrolio paskutinio nelyginės pusės namo numeris yra 21.
Teisingas atsakymas **E**.

K8. Ⓐ 5

! Jeigu Pelius pirmąją dieną tebūtų sugavęs vienintelę žuvį, tai laimikiams padieniui didėjant neįmanoma būtų išpildyti sąlygos, kad pirmosios ir antrosios dienų laimikiai kartu nusileidžia trečios dienos laimikiui. Todėl pirmąją dieną pagaunamos bent 2 žuvys. Bet ir 2 žuvys negerai, nes tada antrajai ir trečiajai dienoms lieka $12 - 2 = 10$ žuvų, kurios turi skirtis per vieną, kad pirmosios ir antrosios dienų laimikiai kartu pranoktų trečiosios dienos laimikį (joks lyginis skaičius „nesudedamas“ iš dviejų iš eilės einančių natūraliųjų skaičių). Rašant lygtį būtų: $2 + x + (x + 1) = 12$, o ji sveikųjų sprendinių neturi.
Jei pirmąją dieną Pelius sugauna 3 žuvis, tai dėl padienio laimikių didėjimo lieka tik vienintelė galimybė 3, 4, 5.
Teisingas atsakymas **A**.

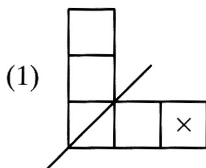
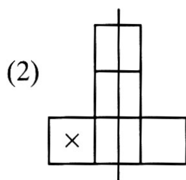
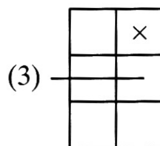
!! Kadangi trečią dieną Pelius pagavo mažiau nei pusę (iš 12) žuvų, tai trečią dieną jis pagavo ne daugiau kaip 5 žuvis. Todėl antrą dieną jis pagavo ne daugiau kaip 4 žuvis, o pirmą — ne daugiau kaip 3 žuvis. Kadangi iš viso jis pagavo $12 = 3 + 4 + 5$ žuvų, tai trečią dieną jis pagavo lygiai 5 žuvis.

K9. Ⓑ 907

! Mažiausias 3-ženklis skaičius yra 100, o jo skaitmenų suma yra $1 + 0 + 0 = 1$. Artimiausių triženklių skaičių skaitmenų sumos skaičiams po vieną augant irgi po vieną didėja, todėl pats mažiausias triženklis skaičius su skaitmenų suma, lygia 8, yra 107. Pats didžiausias triženklis skaičius su skaitmenų suma 8 yra toks, kurio visi 8 „sunaudoti šimtams“, arba 800. Tų skaičių suma yra $800 + 107 = 907$.
Teisingas atsakymas **B**.

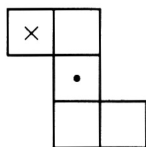
K10. Ⓒ

! Tris būdus gauti figūrą, turinčią simetrijos ašį prijungiant 5 kvadratėlį gauname lengvai ir be jokio vargo. Tie atvejai pavaizduoti žemiau esančiuose paveikslėliuose (× žymi prišlietą kvadratėlį).

(1) 
(2) 
(3) 

Liktų paaiškinti, kodėl daugiau būdų pridėti penktą kvadratėlį ir gauti figūrą, turinčią simetrijos ašį, nebėra. Kadangi galutinė figūra turi penkis kvadratėlius, trys pradinės figūros kvadratėliai turi sutapti su jos atspindžio kvadratėliais. Naujasis kvadratėlis turi bendrą kraštinę su bent vienu iš atspindžio kvadratėlių, kuris turi būti ir pradinės figūros kvadratėlis. Patikrinę figūras, gaunamas pridėjus kvadratėlį, turintį bendrą kraštinę su pradinės figūros kvadratėliu, matome, kad tik trys iš jų turi simetrijos ašį ir mes tuos atvejus jau esame nurodę. Beje, viena iš jų turi simetrijos centrą,

bet neturi simetrijos ašies:



Teisingas atsakymas **C**.

!! Trumpesnį sprendimą gauname taip. Penkių langelių figūra turi simetrijos ašį. Atmeskime priklijuotąjį kvadratėlį ir jam simetrinį — tada likusi figūra turės tą pačią simetrijos ašį. Vadinasi, iš pradinės figūros bus išmestas kvadratėlis taip, kad liktų simetriška figūra. Akivaizdu, kad išmesti galima tik viršutinį arba dešinįjį kvadratėlį. Išvedame likusios figūros simetrijos ašis ir grąžiname išmestą kvadratėlį.

K11. Ⓒ 1

! Kad gautume 2011, skaičių 201,1 reiktų dauginti iš 10, skaičių 20,11 — iš 100, o 2,011 — iš 1000. Tačiau $10 \cdot 100 = 1000$, todėl dauginame iš 1000 ir skaitiklį, ir vardiklį:

$$\frac{2011 \cdot 2{,}011}{201{,}1 \cdot 20{,}11} \cdot \frac{1000}{1000} = \frac{2011 \cdot 2{,}011 \cdot 1000}{201{,}1 \cdot 10 \cdot 20{,}11 \cdot 100} = \frac{2011 \cdot 2011}{2011 \cdot 2011} = 1.$$

Teisingas atsakymas **C**.

K12. Ⓒ 3

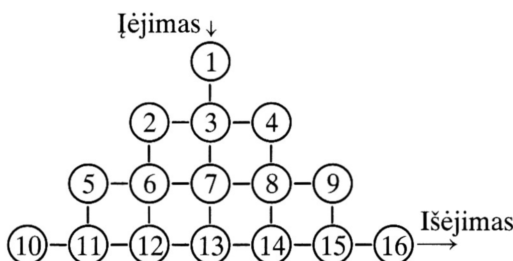
! Iš 9 gintarėlių buvo sudaryti 4 papuošalai imant juos į kiekvieną papuošalą po du.
Todėl likusio nepanaudoto, devintojo gintarėlio svoris yra gaunamas iš visų 9 gintarėlių svorio atėmus visų keturių papuošalų svorį, arba suskaičiavus skirtumą

$$(1+2+3+4+5+6+7+8+9)-(17+13+7+5) = 10+10+10+10+5-(30+12) = 45-42 = 3.$$

Vadinasi, 9-ojo gintarėlio, kuris liko nepanaudotas, svoris yra 3 gramai.
Teisingas atsakymas **C**.

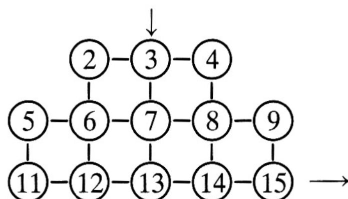
K13. Ⓑ 13

! Sunumeruokime agurkus:

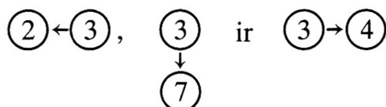


Kadangi pagal sąlygą Tadas ne tik įžengia į medaus karalystę, bet ir ją palieka, tai jis bet kuriuo atveju paims 1-ą ir 16-ą agurkus ir niekaip nepasieks 10-o (pasiekęs jį, jis nebeišeitų iš labirinto). Todėl „pašalinus“ šiuos tris agurkus, uždavinys yra ateiti nuo 3-io agurko prie 15-o, pakeliui

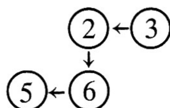
susirenkant kuo daugiau agurkų:



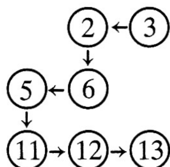
Nurodysime maršrutą, surenkantį iš viso 13 agurkų: $1 \to 3 \to 2 \to 6 \to 5 \to 11 \to 12 \to 13 \to 7 \to 8 \to 14 \to 15 \to 16$. Šiame maršrute nesurinkti liko du agurkai (4-as ir 9-as). Taigi užtenka įrodyti, kad kaip beeitume nuo 3-io prie 15-o agurko, vis tiek paliksime bent 2 agurkus.
Pačiam pirmam žingsniui (nuo 3-io agurko) yra 3 galimybės:



1 atvejis ②←③. Privalomai patenkame į 6-o agurko vietą. Iš jo vietos renkamės taip: ar einame į kairiausią vertikalę, kurioje yra 5-as ir 11-as agurkai, ar į ją neiname. Jeigu į ją neisime, tai paliksime 2 nepaimtus agurkus (5-ą ir 11-ą). Ten eidami pirmiau turime ateiti prie 5-o agurko, kitaip užsidarysime labirinte. Toliau, eidami prie 5-o agurko negalime nusileisti į „Brodvėjų“ (11-12-13-14-15 agurkai), nes nusileidus į Brodvėjų sekantis žingsnis tegali būti tik į dešinę — kitaip užsidarysime. Todėl ateiti prie 5-o agurko neužsidarant galima tik taip:

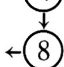


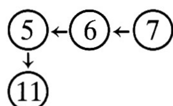
Beje, jau darant pirmą žingsnį ②←③ aišku, kad 4-o agurko neužsidarydami jau nebepaimsime. Todėl užtenka įrodyti, kad būtinai praleisime dar vieną agurką.



Jei dabar eisime prie 14-o, liks nepaimtas 7-as, o jeigu dabar eisime prie 7-o, tai toliau būtinai einame prie 8-o ir išeidami per 15-ą praleisime dar vieną iš dviejų agurkų: 9-ą arba 14-ą. Taigi praleidžiami bent 2 agurkai.

2 atvejis ③↓⑦ yra gal pats aiškiausias, nes dabar nebeužsidarydami jau niekaip nebepaimsime nei 2-o, nei 4-o agurkų.

3 atvejis ③→④. Dabar turime eiti prie kairiausios vertikalės ir neužsidaryti, todėl maršrutas iki jos vienintelis  (nes nepasiekus kairiausios vertikalės negalima nusileisti į Brodvėjų)

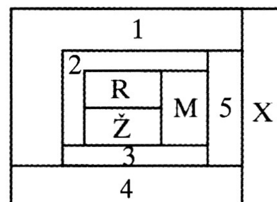


. Dabar reikia eiti →(12)→(13)→(14)→(15) (lieka praleisti 2-as ir 9-as agurkai).

Taigi visais atvejais praleidžiami bent 2 agurkai, todėl daugiausiai surinkti galima 13 agurkų.
Teisingas atsakymas **B**.

K14. (A) Raudonai

! Sprendimas yra nuoseklaus darbo triumfas.
Sužymime dar nenuspalvintas sritis skaičiais 1, 2, 3, 4 ir 5. Matome, kad (2) sritis ribojasi su trimis sritimis, nuspalvintomis skirtingomis spalvomis, todėl pagal sąlygą pati privalo būti nuspalvinta jau ketvirta, dar nepanaudota spalva, kuri šiuo atveju yra geltona (G). Tada (3) sritis ribojasi su geltona, žalia ir mėlyna sritimis, todėl pati tegali būti nuspalvinta raudonai (R). Toliau žiūrint (5) sritis ribojasi su raudona, mėlyna ir geltona sritimis, todėl pati turi būti nuspalvinta žaliai. Dabar aišku, kad (1) sritis, kaip besiribojanti su žalia, geltona ir raudona sritimis, pati tegali būti mėlyna (M), o 4 sritis, kaip besiribojanti su mėlyna, raudona ir žalia sritimis, pati privalo būti geltona (G).



Galiausiai raide X pažymėtoji sritis ribojasi su geltona, žalia ir mėlyna sritimis, todėl pati yra raudona (R).
Teisingas atsakymas **A**.

K15. (E) 10 ir 14

! Balų vidurkis dabar yra $\frac{17+13+5+10+14+9+12+16}{8} = \frac{35+33+28}{8} = \frac{96}{8} = 12$. Kad išbraukus du balus likusių 6 balų vidurkis vėl būtų 12, likusiųjų balų suma S, dalijant ją iš 6, vėl turi būti lygi 12: $\frac{S}{6} = 12$, $S = 72$, todėl yra išbraukti du balai, kurių suma yra $96 - 72 = 24$. Peržiūrėjus visas galimas sumas po 2 matome, kad 24 lygų balų sąrašą turi tiktai balai 10 ir 14, todėl tik jie ir galėjo būti išbraukti.
Teisingas atsakymas **E**.

K16. (D) 144

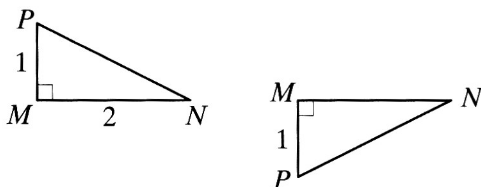
! Visos visų šešių stačiakampių vertikaliosios atkarpos kartu yra lygios keturgubam „karpomojo" kvadrato kraštinės ilgiui, nes paties pradinio kvadrato vertikaliosios kraštinės įsiskaičiuos po vieną kartą, o tos stačiakampių kraštinės, kurios yra kvadrato viduje — po du kartus — vieną kartą iš dešinės, o kitą kartą — iš kairės pusės.
Panašiai horizontaliosios stačiakampių dalys kartu sudarys šešiagubą pradinio kvadrato kraštinės ilgį, nes kvadrato viršus ir apačiai įsiskaičiuos po to kartą. o tos, kur viduje — vėl po du kartus. Todėl visos visų stačiakampio kraštinės duos dešimteriopą pradinio kvadrato kraštinės ilgį, arba 120 cm. Vadinasi, pradinio kvadrato kraštinės ilgis yra $120 : 10 = 12$ (cm), taigi jo plotas yra $12 \cdot 12 = 144\,(\text{cm}^2)$.
Teisingas atsakymas **D**.

K17. (B) 3 : 0

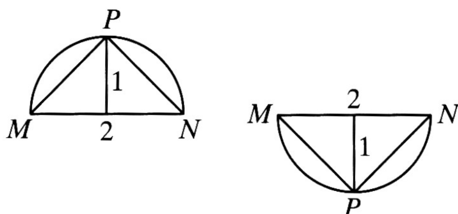
! Uždavinio „raktas" žymia dalimi ir yra tas vienintelis praleistas įvartis — toliau sprendimas vyksta beveik savaime.
Kadangi „Žalgiris" į savo vartus tepraleido tik vieną įvartį ir pralaimėjo vienintelį kartą, tai pralaimėti jis tegalėjo tiktai rezultatu 0 : 1. Per kitas dvejas rungtynes „Žalgiris" daugiau įvarčių nepraleido, todėl sužaisti lygiosiomis jis tegalėjo rezultatu 0 : 0. Lieka 3 įmušti įvarčiai trečiosioms (laimėtoms) rungtynėms (ir jau nė vieno praleisto). Todėl buvo laimėta rezultatu 3 : 0.
Teisingas atsakymas **B**.

K18. Ⓒ 6

Skiriame 3 atvejus:
(1) statusis kampas yra prie viršūnės M;
(2) statusis kampas yra prie viršūnės N;
(3) statusis kampas yra prie viršūnės P.
(1) atveju yra 2 galimybės — taškas P yra viršuje ir taškas P yra apačioje.



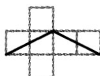
(Toks statusis trikampis užima pusę stačiakampio su kraštinėmis 1 ir 2.)
(2) atveju yra dar kiti 2 panašūs atvejai: taškas P viršuje ir taškas P apačioje.
(3) atveju atkarpa MN yra stačiojo trikampio MNP įžambinė. Tada taškas P priklauso apskritimui, kurio skersmuo yra atkarpa MN ir privalo būti arba pats aukščiausias arba pats žemiausias to apskritimo taškas, nes kitaip to trikampio aukštinė bus mažesnė už 1, o plotas bus mažesnis už 1.



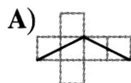
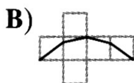
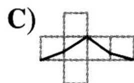
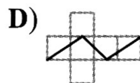
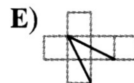
Vadinasi, iš viso yra 6 būdai pasirinkti trečiąjį tašką.
Teisingas atsakymas **C**.

K19. Ⓑ $a+b$

Kadangi a ir b yra teigiami, tik b didesnis už 1, o a — mažesnis, tai aišku, kad $ab < b$. Toliau, kadangi a ir b teigiami, tai tikrai $1 < b < a+b$, $a-b < a+b$. Kadangi $a+b > 1$, o $\frac{a}{b} < 1$, tai jau matome, kad $a+b$ yra didžiausias iš skaičių $a \cdot b$, $a+b$, $\frac{a}{b}$ ir $a-b$.
Teisingas atsakymas **B**.

K20. Ⓐ 

Išklotinės **D** ir **E** netinka, nes vienoje kubo sienoje nėra dviejų keturkampio kraštinių.

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Nubrėžtasis keturkampis yra lygiagretainis. Jeigu jo gretimos kraštinės lygios, tai tas lygiagretainis — rombas, bet tada visos 4 jo kraštinės lygios. Kadangi **B** ir **C** dvi gretimos kraštinės lygios, o kitos dvi — ne, tai **B** ir **C** netinka.
Galiausiai išklotinę **A** galima gauti, jei kubo paviršiuje nubrėžtas keturkampis yra rombas, kiekvienoje sienoje pakylantis per pusę kubo briaunos ilgio, t. y. kai kubo viršūnė, iš kurios išeina keturkampio kraštinė yra jungiama su gretimos briaunos vidurio tašku.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Beje, iš sprendimo aišku, kad uždavinio klausimą reikėtų formuluoti aptakiau: Kaip galėtų atrodyti to kubo išklotinė?

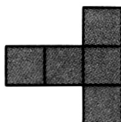
K21. Ⓔ 4

! Jei penkiaženklis skaičius dalijasi iš 5, tai jis baigiasi 0 arba 5, bet jei jis dar dalijasi iš 4, tai tada jis būtinai lyginis, todėl jei skaičius dalijasi ir iš 5, ir iš 4, tai tada toks skaičius būtinai baigiasi 0. Todėl $Y = 0$.
Toliau, skaičius dalijasi iš 9 tada ir tik tada, kai iš 9 dalijasi jo skaitmenų suma. Todėl mūsų penkiaženklis skaičius 24X80 dalijasi iš 9 tada ir tik tada, kai

$$2 + 4 + X + 8 = X + 14$$

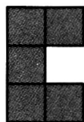
dalijasi iš 9. Kadangi X yra skaitmuo, tai $0 \leqslant X \leqslant 9$, ir todėl $X = 4$. Gauname skaičių 24480, kuris dalijasi iš 4 (nes du jo paskutiniai skaitmenys sudaro iš 4 besidalijantį skaičių 80). Jis dalijasi ir iš 5, ir iš 9. Jo skaitmenų X ir Y suma lygi 4.
Teisingas atsakymas **E**.

K22. Ⓓ

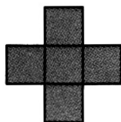


! Lentelės langelius sunumeruokime šachmatiškai.
Pirmiausia aišku, kad figūra **C** tegali būtu padėta tik horizontaliai ir tik apačioje, o tada į likusią neužimtą dalį gali būti padėta bet kuri iš likusiųjų 4 figūrų. Todėl atsakymas tikrai nėra **C**.
Atsakymas nėra ir **A**, nes jei **A** nekliudo ištisinės apatinės baltos eilės, tai ten padėsime figūrą **C**, o jeigu **A** užima kurį nors apatinės ištisinės baltos eilutės langelį, bet neužima langelio d3, tai tada į likusią dalį įsideda figūra **D** taip, kad d3 yra pats žemiausias jos langelis, o jeigu ji uždengia langelį d3, tai tada kairiajame apatiniame kampe telpa **E**.

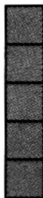
A)



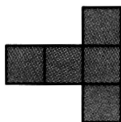
B)



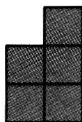
C)



D)



E)



Atsakymas nėra ir **B**, nes jei **B** nekliudo apatinės ištisinės baltos eilės, tai tada ten įsideda **C**, o jeigu jis turi apatinės eilės langelį, tai tik b1 ir tada viršuje įsideda **D** taip, kad d3 vėl yra žemiausias jos langelis.
Atsakymas nėra ir **E**, nes vėl jei **E** nekliudo apatinės ištisinės baltos eilės, tai ten gulsčiai vėl tilps **C**, o jeigu kliudo, tai vėl pačiame baltame viršuje vėl taip pat įsideda **D**.
Lieka atsakymas **D**, ir jis tikrai teisingas, jeigu **D** figūrą padedame kaip T raidę (langeliai c1, c2, b3, c3 ir d3), tai į likusią dalį nebeįsideda jokia iš likusių figūrų.
Teisingas atsakymas **D**.

K23. Ⓑ Balys

Užrašysime atstumų nelygybes „parodydami sakiusius“, rašydami „jų raides“ pirmiau. Tada užrašas $JB > 2JM$ reiškia, kad būtent Jonas sakė (J raidė parašyta pirmąja), kad jis yra daugiau kaip dukart toliau nuo Balio negu kad nuo Mato. Tada jų sakymai virsta nelygybėmis

$$JB > 2JM, \quad (1)$$

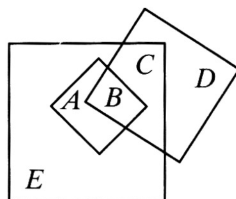
$$BM > 2BJ, \quad (2)$$

$$MB > 2MJ. \quad (3)$$

Jei būtų teisingos ir (2) ir (3) nelygybės, tai sudėjus būtų $BM + MB > 2BJ + 2MJ$. Padalijus iš 2 išeitų, kad atstumas tarp Balio ir Mato būtų didesnis už atstumų tarp Balio ir Jono bei Jono ir Mato sumą, tačiau tai prieštarauja sveikam protui (arba, šiuo atveju, trikampio nelygybei).
Kadangi (2) ir (3) nelygybės negali abi kartu būti teisingos, o bent viena iš jų yra teisinga (nes pagal sąlygą mažiausiai du sako tiesą), tai (1) nelygybė visada turi būti teisinga.
Jei būtų teisinga (2) nelygybė (tada (3) jau negali būti teisinga) tai sudėję (1) ir (2) gautume $JB + BM > 2JM + 2BJ$ arba $BM > 2JM + BJ > 2JM$, o tai yra (3) nelygybė, kuri dabar pagal prielaidą neteisinga, vadinasi, yra prieštara, todėl Balys meluoja.
Teisingas atsakymas **B**.

K24. Ⓓ 15

Sužymime nesikertančias sritis iš kairės į dešinę raidėmis E, A, B, C, D ir turime rasti $E - (B + D)$. Turime $E + A + B + C = 49$ (nes toks kvadrato su kraštine 7 plotas), $A + B = 9$ (tai kvadrato su kraštine 3 plotas) ir $B + C + D = 25$ (tai kvadrato su kraštine 5 plotas). Iš pirmosios lygybės atėmus antrąją turėsime $E+C = 49-9 = 40$. Vadinasi, $(E + C) - (B + C + D) = 40 - 25 = 15 = E - (B + D)$, todėl teisingas yra atsakymas **D**.
Teisingas atsakymas **D**.

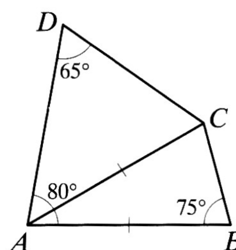


K25. Ⓓ 20

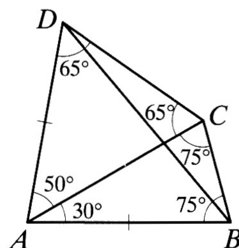
Kadangi Balys iš viso išmušė 99 taškus, o po 8 ir po 10 taškų jis pagal sąlygą išmušė po tiek pat kartų, tai tada jam 5-taškiais išmušimais dar tektų surinkti arba $99 - (8 + 10) \cdot 0 = 99$, arba $99-(8+10)\cdot 1 = 81$, arba $99-(8+10)\cdot 2 = 63$, arba $99-(8+10)\cdot 3 = 45$, arba $99-(8+10)\cdot 4 = 27$, arba, galiausiai, $99 - (8 + 10) \cdot 5 = 9$ taškus.
Bet penkiataškiais išmušimais galima surinkti tik 0, 5, 10, 15, 20, ..., arba tik 0 arba 5 besibaigiančias taškų sumas. Iš siūlomų sumų tokia tėra suma 45.
Vadinasi, tada buvo atlikti $45 : 5 = 9$ taiklūs 5-taškiai išmušimai, o iš viso taiklių šūvių buvo $9 + 3 + 3 = 15$. Tie 15 taiklių šūvių procentais sudaro 75 % taiklių šūvių, nes 25 % šūvių, kaip pasakyta, buvo netaiklūs. Vadinasi, netaiklių šūvių buvo triskart mažiau, $15 : 3 = 5$, taigi iš viso šūvių buvo $15 + 5 = 20$.
Teisingas atsakymas **D**.

K26. Ⓑ 15°

Nuosekliai skaičiuojame kampus. Kadangi ACB lygiašonis ($AB = AC$), tai $\angle ACB = \angle ABC = 75°$, todėl $\angle CAB = 180° - (75° + 75°) = 30°$. Tada $\angle CAD = \angle BAD - \angle BAC = 80° - 30° = 50°$. Todėl ΔADC trečiasis kampas $\angle ACD = 180° - \angle CAD - \angle ADC = 180° - 50° - 65° = 65°$. Tada ir ΔADC yra lygiašonis, vadinasi, $AD = AC = AB$.



Kadangi $\triangle BAD$ — lygiašonis, nes $AB = AD$, tai abu jo pagrindo BD kampai turi būti po 50°, nes jo viršūnės A kampas $\angle DAB$ yra 80°. Tada $\angle BDC = \angle CDA - \angle ADB = 65^\circ - 50^\circ = 15^\circ$.
Teisingas atsakymas **B**.



K27. Ⓓ 9-tas

! Nuosekliai „rūšiuosime" pagal vyriausią tūkstančių skaitmenį. Tėra tik vienintelis keturženklis skaičius, kurio ir pirmasis skaitmuo, ir skaitmenų suma yra 4, tai, žinoma, skaičius 4000. Toliau pagal tūkstančių skaitmens mažėjimą eitų skaičiai, kurių tūkstančių skaitmuo 3 (o skaitmenų suma 4). Tokių skaičių yra 3: 3100, 3010 ir 3001. Lieka dar skaičiai, kurių pirmasis skaitmuo 2 (o skaitmenų suma 4). Jų yra 6, trys su dviem vienetais: 2110, 2101 ir 2011 ir dar trys su vienu 2-tu: 2200, 2020 ir 2002. Rikiuojant juos mažyn eilė yra tokia: 2200, 2110, 2101, 2020, 2011 ir 2002. Todėl skaičius 2011 mažėjančioje visų keturženklių skaičių su skaitmenų suma 4 virtinėje yra 9-tas.
Teisingas atsakymas **D**.

K28. Ⓑ 2

! Reiškinyje matome aštuonias skirtingas raides: K, A, N, G, R, O, M, E. Jei bent viena iš jų lygi 0, tai arba reiškinyje turėtume dalybą iš 0, arba jo reikšmė būtų lygi 0. Nė viena situacija mums netinka, tad turime pasirinkti aštuonis skaitmenis nuo 1 iki 9.
Suprastinkime reiškinį:

$$\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E} = \frac{K \cdot A \cdot N \cdot R \cdot O^2}{M \cdot E}.$$

Kadangi

$$K \cdot A \cdot N \cdot R \cdot O^2 \geqslant 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot O = 120 \cdot O \geqslant 120$$

ir

$$M \cdot E \leqslant 9 \cdot 8 = 72,$$

tai

$$\frac{K \cdot A \cdot N \cdot R \cdot O^2}{M \cdot E} \geqslant \frac{120}{72} > 1.$$

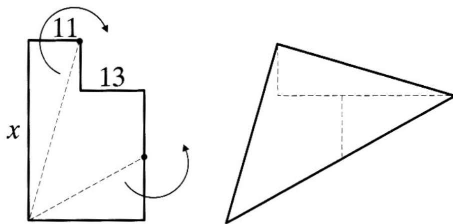
Vadinasi, reiškinio mažiausia reikšmė yra ne mažesnė už 2. Pastebėkime, kad:
1) raidėms K, A, N, R, O, M, E, esančioms suprastintame reiškinyje, nepavyks suteikti reikšmių 5 ir 7, nes jos nesusiprastina su jokiais kitais skaičiais nuo 1 iki 9;
2) reiškinio reikšmė būtų maža, apsimoka pirmiau tikrinti mažas skaitiklio raidžių K, A, N, R, O ir dideles vardiklio raidžių M, E reikšmes.
Vadovaujantis šiais pastebėjimais greitai gaunama, kad tinka reikšmės

$$O = 1, \quad R = 2 \quad, N = 3, \quad A = 4, \quad K = 6, \quad M = 8, \quad E = 9.$$

Likusiai raidei G galima suteikti dar laisvą reikšmę 5. Taigi mažiausia galima reiškinio reikšmė yra lygi 2.
Teisingas atsakymas **B**.

K29. Ⓑ 37

Pasižiūrėję į kirpimą ir trikampio sudėjimo būdą matome, kad buvusi vertikalioji atkarpa x dabar yra (vienintelė) brūkšninė horizontalioji trikampyje esanti atkarpa. Toji vienintelė horizontalioji punktyrinė trikampio viduje esanti atkarpa yra sudėta iš dviejų atkarpų: kairiosios ir dešiniosios. Kairioji atkarpa yra 13 (ji yra ilgesnioji pradiniame brėžinyje pavaizduota atkarpa), o dešinioji yra to paties ilgio kaip žemiausioji horizontalioji pradinio brėžinio atkarpa (kurios ilgis yra $11+13 = 24$). Todėl bendras horizontaliosios brūkšninės atkarpos ilgis, kuris pradiniame brėžinyje buvo x, yra $13 + 24 = 37$.



Teisingas atsakymas **B**.

K30. Ⓑ 10

Įsitikinkime, kad 10 spustelėjimų Mariui visada užteks. Tam jis gali vadovautis tokia strategija.

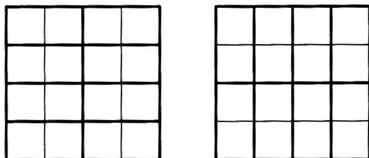
1) Pirmais 6 ėjimais jis spusteli langelius, pažymėtus skaičiumi 1 (žr. paveikslėlį). Jei bent vienas iš jų užsidega mėlynai, Mariui belieka spustelėti tris ar keturis langelius, turinčius bendrą kraštinę su mėlynai įsižiebusiuoju. Tokiu atveju Mariui užtenka iš viso $6 + 4 = 10$ ėjimų.

2		1	
	1		1
1		1	
	1		2

2) Jei nė vienas iš pirmų šešių langelių neįsižiebia mėlynai, Marius kitais dviem ėjimais spusteli langelius, pažymėtus skaičiumi 2. Bent vienas iš šių langelių taps mėlynas — kitaip lentelėje liktų 8 raudoni langeliai ir 8 dar neįsižiebę, iš kurių jokie du neturi bendros kraštinės. Mariui belieka patikrinti du langelius, turinčius bendrą kraštinę su mėlynai įsižiebusiuoju. Iš viso tokiu atveju Mariui ir vėl užtenka $6 + 2 + 2 = 10$ ėjimų.

Dabar įrodysime, kad 9 spustelėjimų Mariui gali neužtekti, kad ir kaip jis bežaistų.

Padalinkime lentelę į 8 dvilanges dalis dviem būdais (žr. paveikslėlius).



Po bet kokių pirmųjų 7 Mariaus ėjimų liks bent po vieną dvilangį lentelės dalį kiekviename paveikslėlyje, kurių nė vienas langelis nebus įžiebtas. Tarkime, du mėlyni langeliai sutampa su viena iš tų likusių dalių. Galimi du atvejai.

1) Dvi dar neliestos dvilangės lentelės dalys neturi bendro langelio. Šiuo atveju Marius, negalėdamas nuspėti, kurioje iš jų yra mėlyni langeliai, gali spustelėti dar vieną raudoną langelį aštuntuoju ėjimu — tada likusiu devintuoju jis geriausiu atveju spės atverti tik vieną mėlyną langlį.

2) Neliestos dvilangės lentelės dalys turi bendrą langelį. Jei šiuo atveju Marius spustels aštuntuoju ėjimu ne tą bendrą langelį, tačiau kurį nors kitą, tai neišvengiamai liks nepaliesta bent viena iš dvilangių dalių, kuriai esant sudarytai iš mėlynų langelių Mariaus įžiebtas langelis bus raudonas, ir Marius vėl nespės įžiebti abiejų mėlynų langelių devintuoju ėjimu. O jei Marius aštuntuoju ėjimu įžiebs bendrą dar neliestą dvilangių dalių langelį, tai devintuoju ėjimu jam teks rinktis iš neliestų langelių, turinčių bendrą kraštinę su ką tik įžiebtuoju. Tokių yra bent du — tie du dar neliesti nagrinėjamų dvilangių dalių langeliai. Taigi rinkdamasis iš bent dviejų dalių langelių Marius devintuoju ėjimu ir vėl gali prašauti pro šalį. Šie samprotavimai įrodo, kad 9 ėjimų Mariui ne visada užteks.

Teisingas atsakymas **B**.

ATSAKYMAI

Klausimo Nr.	Grupė	
	B	**K**
1	C	D
2	C	A
3	A	B
4	B	A
5	E	C
6	E	C
7	D	E
8	A	A
9	E	B
10	A	C
11	D	C
12	B	C
13	E	B
14	C	A
15	D	E
16	B	D
17	B	B
18	C	C
19	D	B
20	E	A
21	C	E
22	C	D
23	D	B
24	C	D
25	D	D
26	E	B
27	D	D
28	A	B
29	D	B
30	A	B